

# Aufgaben zur Rechenübung HFT I

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Leitungsgleichungen</b>	<b>1</b>
1.1	Offene $\lambda/4$ -Leitung . . . . .	1
1.2	Kurzgeschlossene $\lambda/4$ -Leitung . . . . .	1
1.3	Koaxialleitung mit Stoffeinsatz . . . . .	1
1.4	Verlustarmes Koaxialkabel . . . . .	2
1.5	Zusätzlicher Induktivitätsbelag . . . . .	2
1.6	Leitung mit Serieninduktivität . . . . .	2
1.7	Leitung mit Parallelkapazität . . . . .	3
1.8	Mehrfachreflexionen 1 . . . . .	3
1.9	Mehrfachreflexionen 2 . . . . .	4
1.10	Mehrfachreflexionen 3 . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Smith-Diagramm</b>	<b>6</b>
2.1	Normierter Eingangsleitwert . . . . .	6
2.2	Reflexionsfaktor . . . . .	6
2.3	Anpassung mittels einer Stichleitung . . . . .	6
2.4	Anpassung mittels zweier Stichleitungen . . . . .	6
2.5	Wellenwiderstandssprung . . . . .	7
2.6	Anpassung bei Wellenwiderstandssprung . . . . .	8
2.7	Anpassung eines Widerstandsbereichs . . . . .	8
2.8	Anpassung mittels konzentrierter Elemente . . . . .	8
2.9	Anpassung eines Zweitores . . . . .	9
2.10	Anpassung eines komplexen Abschlußwiderstands . . . . .	9
2.11	Anpassung zweier Leitungen . . . . .	10
2.12	Variabler Abschlußwiderstand . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Lineare Antennen</b>	<b>12</b>
3.1	Reziprozität Sende-Empfangsantenne . . . . .	12
3.2	Richtcharakteristik einer linearen Antenne . . . . .	12
3.3	Richtcharakteristik und Spiegelung an leitender Ebene . . . . .	12
3.4	Grenzflächen I . . . . .	13
3.5	Grenzflächen II: Mehrfachreflexionen . . . . .	14
3.6	Aperturstrahler I . . . . .	14
3.7	Ionosphäre . . . . .	16
3.8	Faraday-Drehung . . . . .	16
3.9	Aperturstrahler II: Fouriertransformation . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Streuparameter</b>	<b>19</b>
4.1	Idealer Richtkoppler . . . . .	19
4.2	Verlustloses Dreitor 1 . . . . .	19
4.3	Verlustloses Dreitor 2 . . . . .	19
4.4	Verlustloses Dreitor 3 . . . . .	19
4.5	Koaxialleitung . . . . .	20
4.6	Hohlleiter . . . . .	20

<b>5 Mehrleitersysteme</b>	<b>21</b>
5.1 Leitungsbeläge . . . . .	21
5.2 Abschlußnetzwerk . . . . .	21
5.3 Symmetrisches 3-Leitersystem . . . . .	22
5.4 Symmetrisches 3-Leitersystem als Richtkoppler . . . . .	22
5.5 Richtkoppler im Zeitbereich . . . . .	23
<b>6 Filter</b>	<b>25</b>
6.1 <i>LC</i> -Tiefpaßfilter . . . . .	25
6.2 <i>LC</i> -Bandsperr / TP-BS Transformation . . . . .	25

# 1 Leitungsgleichungen

## 1.1 Offene $\lambda/4$ -Leitung

Zeigen Sie, daß eine offene  $\lambda/4$ -Leitung mit geringen Verlusten in der Nähe ihrer Resonanzfrequenz durch einen Serienresonanzkreis darstellbar ist und bestimmen Sie seine Elemente in Abhängigkeit von den Leitungsgrößen  $Z_L$ ,  $\gamma = \alpha + j\beta$ , bzw.  $R'$ ,  $L'$  und  $C'$ .

$$\text{Lösung: } R_s \approx \alpha l Z_L = \frac{R'l}{2}; L_s = \frac{1}{2}L'l; C_s = \frac{8}{\pi^2}C'l$$

## 1.2 Kurzgeschlossene $\lambda/4$ -Leitung

Zeigen Sie, daß eine kurzgeschlossene  $\lambda/4$ -Leitung mit geringen Verlusten in der Nähe ihrer Resonanzfrequenz durch einen Parallelresonanzkreis darstellbar ist und bestimmen Sie seine Elemente in Abhängigkeit von den Leitungsgrößen  $Z_L$ ,  $\gamma$ , bzw.  $R'$ ,  $L'$  und  $C'$ .

$$\text{Lösung: } R_p \approx \frac{Z_L}{\alpha l} = \frac{Z_L^2}{R'l/2}; L_p = \frac{8}{\pi^2}L'l; C_p = \frac{1}{2}C'l$$

## 1.3 Koaxialleitung mit Stoffeinsatz

Bestimmen Sie die Leitungsbeläge  $C'$ ,  $L'$  und den Wellenwiderstand  $Z_L$  einer Koaxialleitung mit Stoffeinsatz in Abhängigkeit von der Geometrie (siehe Abb. 1).

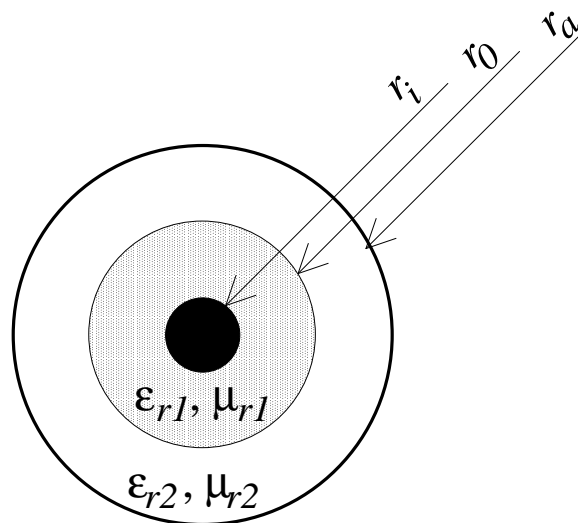


Abbildung 1: Koaxialleitung mit Stoffeinsatz

*Lösung:*

$$C' = 1 / \left( \frac{\ln(r_0/r_i)}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}} + \frac{\ln(r_a/r_0)}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r2}} \right)$$

$$L' = \frac{\mu_0\mu_{r1}}{2\pi} \ln \frac{r_0}{r_i} + \frac{\mu_0\mu_{r2}}{2\pi} \ln \frac{r_a}{r_0}$$

$$Z_L = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

## 1.4 Verlustarmes Koaxialkabel

Gegeben sei ein verlustarmes Koaxialkabel mit vernachlässigbaren dielektrischen Verlusten und einem festen Außenleiterdurchmesser  $D$ . Berechnen Sie für folgende Fälle das Verhältnis von Außen- zu Innenleiterdurchmesser  $D/d$  und den Wellenwiderstand  $Z_L$ .

### 1.4.1 Minimale Dämpfung

Das Koaxialkabel soll eine minimale Dämpfung besitzen.

$$\text{Lösung: } Z_L = \frac{77}{\sqrt{\epsilon_r}} \Omega$$

### 1.4.2 Minimale Maximalfeldstärke

In dem Koaxialkabel soll die auftretende Maximalfeldstärke  $E_{max}$  bei vorgegebener Spannung  $U$  minimal sein.

$$\text{Lösung: } Z_L = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \Omega$$

### 1.4.3 Maximale Leistungsübertragung

Das Koaxialkabel soll eine maximale Leistungsübertragung bei einer vorgegebenen Maximalfeldstärke im Dielektrikum besitzen.

$$\text{Lösung: } Z_L = \frac{30}{\sqrt{\epsilon_r}} \Omega$$

## 1.5 Zusätzlicher Induktivitätsbelag

Bei einer verlustarmen Leitung soll durch das Einfügen eines zusätzlichen Längsinduktivitätsbelages  $\Delta L'$  die Dämpfung vermindert werden.

- Wann ist dies möglich, wie groß ist dann  $\Delta L'$ ?
- Wie groß ist die minimale Dämpfung?

$$\text{Lösung: } L' < \frac{R'C'}{G'} ; \Delta L' = \frac{R'C'}{G'} - L' ; \alpha = \sqrt{R'G'}$$

## 1.6 Leitung mit Serieninduktivität

Gegeben ist die Anordnung in Abb. 2 mit einer Leitung und einer Induktivität  $L$ . Die elektrisch kurze Leitung kann wie folgt beschrieben werden:

$$\underline{U}_e = \underline{U}_a + j Z_L \beta l \underline{I}_a \quad \beta l \ll 1 \quad (1)$$

$$\underline{I}_e = j Y_L \beta l \underline{U}_a + \underline{I}_a \quad \frac{\omega L}{Z_L} \ll 1 \quad (2)$$

Zeigen Sie, daß dann die Anordnung folgenden Gleichungen genügt

$$\underline{U}_e = \underline{U}'_a + j Z_L^* \beta^* l \underline{I}'_a \quad (3)$$

$$\underline{I}_e = j Y_L^* \beta^* l \underline{U}'_a + \underline{I}'_a \quad (4)$$

und berechnen Sie die Größen  $Y_L^*$  und  $\beta^*$  (Grenzübergang  $L \rightarrow 0$ ).

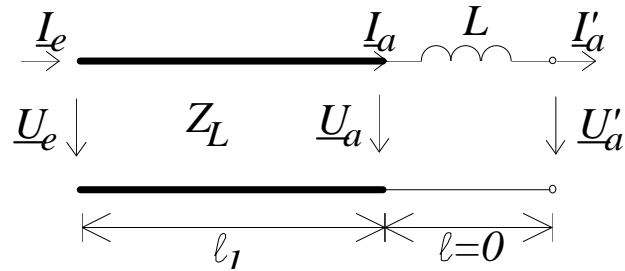


Abbildung 2: Leitungsanordnung

### 1.7 Leitung mit Parallelkapazität

Behandeln Sie die Schaltungsanordnung in Abb. 3 analog zu der Aufgabe 1.6 unter der Voraussetzung ( $\beta l \cdot \omega C Z_L \ll 1$ ).

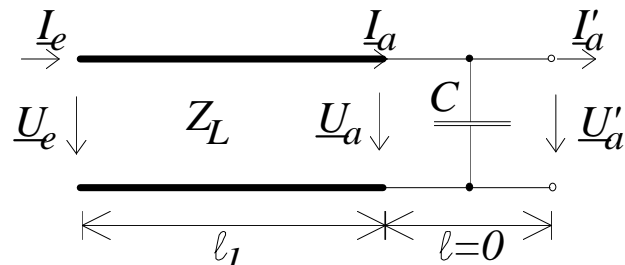


Abbildung 3: Leitungsanordnung

### 1.8 Mehrfachreflexionen 1

Auf den Eingang einer Leitung (s. Abb. 4) wird ein Rechteckimpuls der Länge  $4\tau$  und mit der Amplitude  $U_0$  gegeben.

Am Ausgang der Leitung soll am Lastwiderstand  $R_{e2} = Z_L$  für die Dauer von  $4\tau$  ein positiver Impuls und für weitere  $4\tau$  ein negativer Spannungsimpuls gleichen Betrages nachweisbar sein.

#### 1.8.1 Leitung 3

Dimensionieren Sie die Leitung 3 ( $Z_{L3}, R_{e3}, l_3$ ) so, daß eine am Abschluß der Leitung reflektierte Welle am Koppelpunkt keine Reflexion erfährt und der Impuls bei Reflexion am Leitungsende sein Vorzeichen umkehrt.

Lösung:  $Z_{L3} = \frac{Z_L}{2}$ ;  $l_3 = 2\tau c_0$

#### 1.8.2 Diagramme

Zeichnen Sie für  $l_1 = l_2 = 4\tau c_0$  die Strom- und Spannungsverteilung auf den Leitungen zu den Zeitpunkten  $3\tau, 5\tau, 7\tau, 9\tau, 11\tau$  und  $13\tau$  nach der steigenden Flanke des Eingangsimpulses.

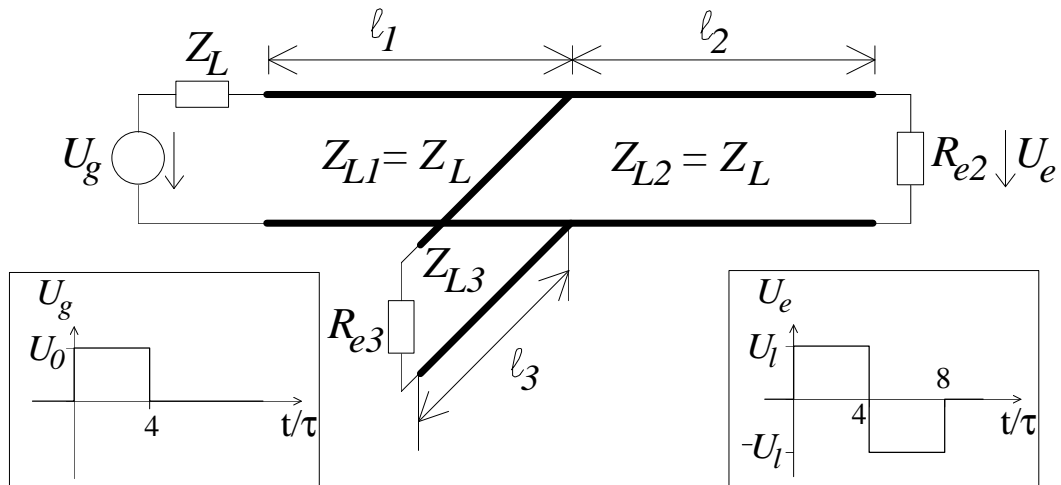


Abbildung 4: Leitungsanordnung

### 1.9 Mehrfachreflexionen 2

Die Leitungsschaltung in Abb. 5 soll die Impulsfolge eines Generators mit dem Tastverhältnis 1:4 an der Last  $R_L$  verdoppeln (Tastverhältnis 1:2). Die Impulshöhe soll abwechselnd  $U_l$  und  $U_l/2$  betragen.

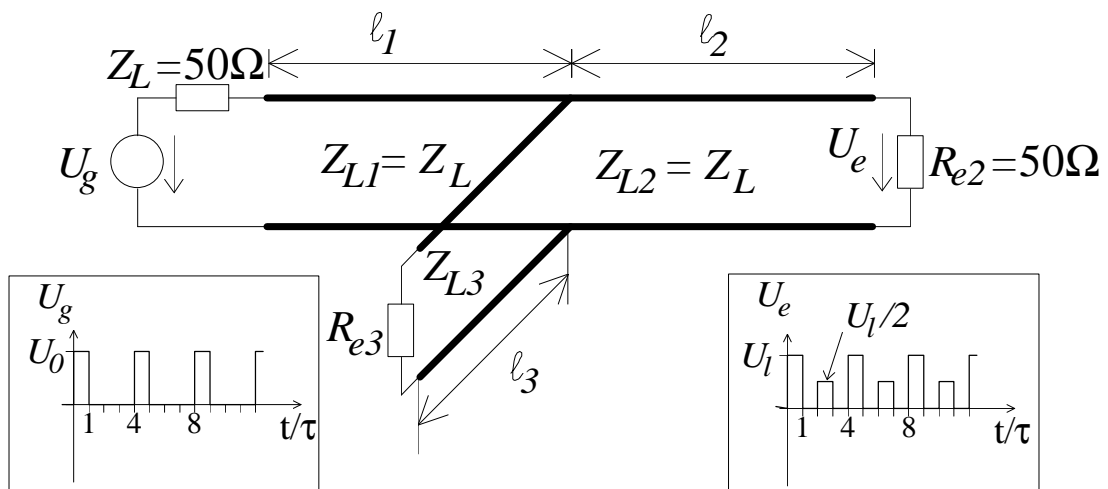


Abbildung 5: Leitungsanordnung

- Warum muß der am Ende von Leitung 3 reflektierte Impuls im Koppelpunkt den Reflexionsfaktor  $r = 0$  sehen?
- Wie groß muß der Leitungswellenwiderstand  $Z_{L3}$  sein? (Begründung Sie in Stichworten)
- Wie groß muß der Abschlußwiderstand  $R_{e3}$  der Stichleitung sein, damit die gewünschte Impulsfolge entsteht?
- Wie lang muß  $l_3$  sein, wenn die Geschwindigkeit der Impulse  $c_0$  beträgt?

### 1.10 Mehrfachreflexionen 3

Gegeben ist eine dispersionsfreie Leitung der Länge  $l = c_0 \tau$ , die mit einem Schalter S2 abgeschlossen ist (s. Abb. 6). Der Wellenwiderstand der Leitung ist  $Z_L$ . Zum Zeitpunkt  $t = 0 \tau$

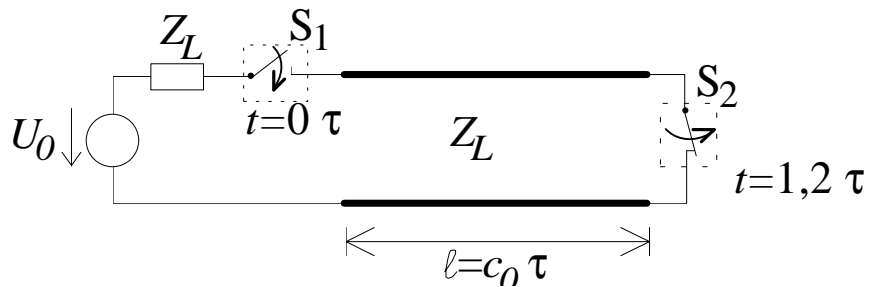


Abbildung 6: Leitungsanordnung

weder beide Schalter geschlossen und zum Zeitpunkt  $t = 1,2 \tau$  wird nur der Schalter S2 wieder geöffnet.

- Zeichnen Sie die Strom- und Spannungsverteilung entlang der Leitung für folgende Zeitpunkte:  $t = \tau/2$ ,  $t = 3 \tau/2$  und  $t = 5 \tau/2$ .

## 2 Smith-Diagramm

### 2.1 Normierter Eingangsleitwert

Es ist der normierte Eingangsleitwert einer am Ende kurzgeschlossenen, verlustfreien Leitung der Länge  $l$  bei einem Wellenwiderstand  $Z_L$  zu berechnen und der Verlauf als Funktion von  $l/\lambda$  zu skizzieren. Für welche Leitungslängen tritt Kurzschluß- bzw. Leerlaufverhalten auf?

*Lösung:*  $Y_E/Y_L = -j \cot(\beta l)$ ;  $l_{\text{Kurzschluss}} = \frac{n\lambda}{2}$ ;  $l_{\text{Leerlauf}} = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}$

### 2.2 Reflexionsfaktor

Berechnen Sie Betrag und Phase des Reflexionsfaktors, wenn an eine Leitung mit  $Z_L = 50 \Omega$  eine komplexe Last mit  $25 \Omega$  und einer Parallelkapazität von  $3 \text{ pF}$  bei einer Frequenz von  $f = 2.12 \text{ GHz}$  angeschlossen wird.

*Lösung:*  $|r| = 0.62$ ;  $\phi_r = 209.7^\circ$

### 2.3 Anpassung mittels einer Stichleitung

Ermitteln Sie aus dem Smith-Diagramm die erforderliche Länge  $l_1$  einer ausziehbaren Leitung ( $Z_L = 50 \Omega$ ) und den notwendigen Kompensationsblindleitwert an der Stelle  $l_1$ , um die reelle Last  $R_a = 20 \Omega$  an die Leitung anzupassen. Der Blindleitwert soll durch eine Stichleitung der Länge  $l_2$  mit verschiebbarem Kurzschluß realisiert werden ( $Z_L = 50 \Omega$ ). Wählen Sie die bezogenen Leitungslängen möglichst kurz. (s. Abb. 7)

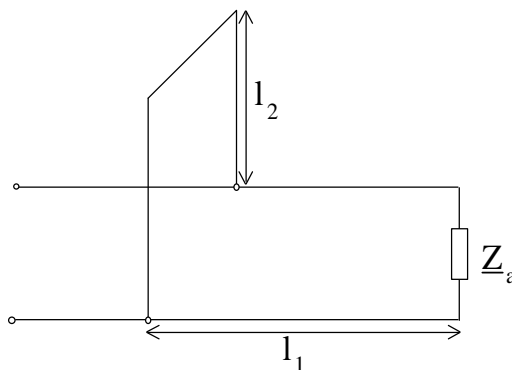


Abbildung 7: Anpassung mittels einer Stichleitung

*Lösung:*  $l_1/\lambda = 0.09$ ;  $B/Y_L = +0.95$ ;  $l_2/\lambda = 0.371$

### 2.4 Anpassung mittels zweier Stichleitungen

Der bezogene Widerstand  $\underline{Z}/Z_L = 0.45 + j0.15$  soll mit Hilfe zweier Stichleitungen und einer festen Leitungslänge  $l_1/\lambda = 0.4$  (s. Abb. 8) an eine Leitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$



angepaßt werden. Bestimmen Sie die erforderlichen bezogenen Leitungslängen  $l_2/\lambda$  und  $l_3/\lambda$ . Wieviele Möglichkeiten gibt es?

Lösung: z.B.  $l_2/\lambda = 0.074$ ;  $l_3/\lambda = 0.074$

### 2.4.1

Geben Sie den Verlauf der Strom- und Spannungsamplituden auf allen Leitungsstücken an, wenn am Leitungseingang 10 V angelegt werden und  $Z_L = 50 \Omega$ ,  $Z = (22.5 + j7.5) \Omega$  und  $l_2/\lambda = l_3/\lambda = 0.074$  betragen?

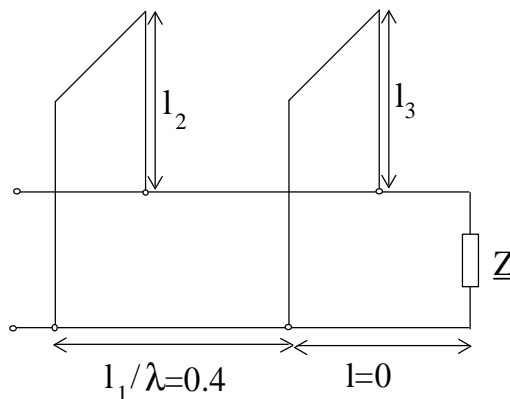


Abbildung 8: Anpassung mittels zweier Sticheleitungen

## 2.5 Wellenwiderstandssprung

Bestimmen Sie für eine Schaltung nach Abbildung 9 den Eingangswiderstand  $Z_E$  bei einer Frequenz von 2.5 GHz, wobei die Leitungen als Streifenleitungen auf Epoxyd-Substrat mit  $\epsilon_{eff} = 5.76$  ausgeführt sind. ( $Z = 20 \Omega$ ,  $Z_{L1} = 50 \Omega$ ,  $Z_{L2} = 75 \Omega$ )

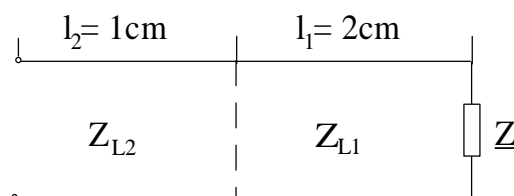


Abbildung 9: Wellenwiderstandssprung

Lösung:  $Z_E = 49.5 + j68.3 \Omega$

## 2.6 Anpassung bei Wellenwiderstandssprung

Gegeben sei ein koaxialer Wellenwiderstandssprung  $Z_{L2}/Z_{L1} = 0.6$ . Der Abschlußleitwert  $\underline{Y}_{Z_{L2}} = 0.9 + j0.45$  soll mit Hilfe des skizzierten Transformationsnetzwerkes reflexionsfrei angepaßt werden. Wie groß müssen die bezogenen Leitwerte der Kapazitäten gewählt werden, damit am Eingang der Schaltung Anpassung herrscht? (s. Abb. 10)

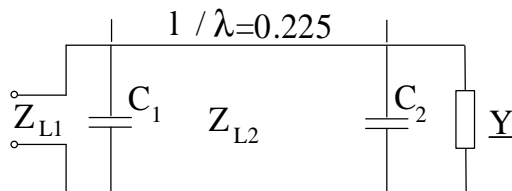


Abbildung 10: Wellenwiderstandssprung

Lösung:  $\underline{Y}_{C1}Z_L = +j0.7$ ;  $\underline{Y}_{C2}Z_L = +j0.53$

## 2.7 Anpassung eines Widerstandsbereichs

Gegeben sei ein Anpassungsnetzwerk für eine komplexe Last mit einem maximalen Reflexionsfaktor von  $|\underline{r}| = 20\%$ . Überlegen Sie, ob alle Impedanzen innerhalb des 20%-Reflexionsfaktorbereichs mit Hilfe zweier Kurzschlußstichleitungen beliebiger Länge nach Abbildung 11 angepaßt werden können. Kennzeichnen Sie gegebenenfalls den nicht anpaßbaren Bereich.

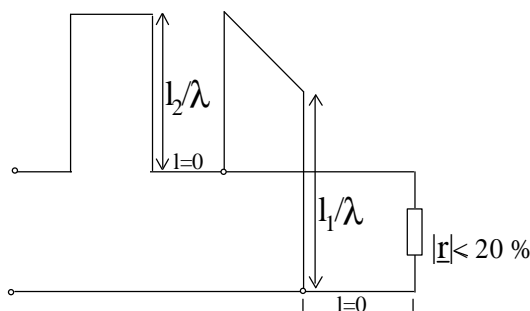


Abbildung 11: Anpassung eines Widerstandsbereichs mittels zweier Stichleitungen

## 2.8 Anpassung mittels konzentrierter Elemente

Zur Anpassung verschiedener Lastwiderstände an eine  $50 \Omega$  Leitung steht die Schaltung nach Abbildung 12 zur Verfügung. Der Variationsbereich der Kapazität beträgt  $6.4 - 19.0 \text{ pF}$ , die Länge der kurzgeschlossenen Stichleitung sei beliebig und die Betriebsfrequenz sei  $f = 500 \text{ MHz}$ . Geben Sie mit Hilfe des Smith-Diagramms den Widerstandsbereich an, aus dem alle Widerstände angepaßt werden können.

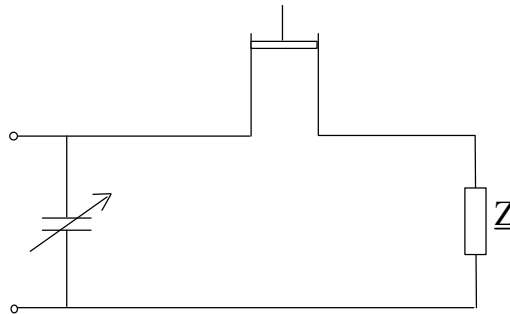


Abbildung 12: Anpassung mittels Kapazitäten

## 2.9 Anpassung eines Zweitores

An dem Eingang eines Zweitores nach Abbildung 13 werde bei  $f = 3\text{GHz}$  ein Reflexionsfaktor  $\underline{r} = 0.65 \exp(-j80^\circ)$  gemessen. Das Zweitor ist mit der angegebenen Schaltung an den Generator mit  $R_g = 50\ \Omega$  anzupassen. Bestimmen Sie die Leitungslängen  $l_1$ ,  $l_2$  und  $l_3$ . Die Leitung  $l_2$  habe kapazitives Verhalten. Beschreiben Sie den Lösungsweg.

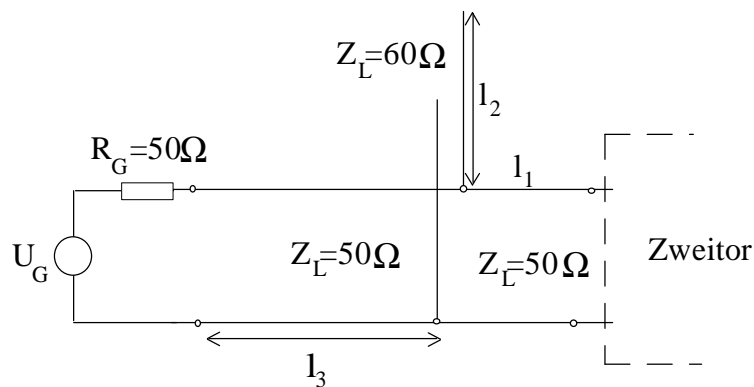


Abbildung 13: Anpassung eines Zweitours an einen Generator

Lösung:  $l_1 = 20.8\text{mm}$  ;  $l_2 = 18\text{mm}$

## 2.10 Anpassung eines komplexen Abschlußwiderstands

Ein komplexer Widerstand  $\underline{Z}_x$  ist mit dem angegebenen Netzwerk (Abb. 14) an einen Generator mit  $R_g = 50\ \Omega$  anzupassen. Wie lang muß  $l_2$  gemacht werden, damit die Anpassung bei  $f = 3\text{GHz}$  nicht verloren geht?

Bestimmen Sie  $l_1$  und  $Z_{L2}$ , so daß der Widerstand  $\underline{Z}_x$  auch bei  $f = 3.5$  GHz angepaßt ist. Der komplexe Widerstand habe bei 3 GHz einen Wert von  $50 \Omega$  und bei 3.5 GHz einen Wert von  $(7.5 - j21.5) \Omega$ . Beschreiben Sie den Lösungsweg.

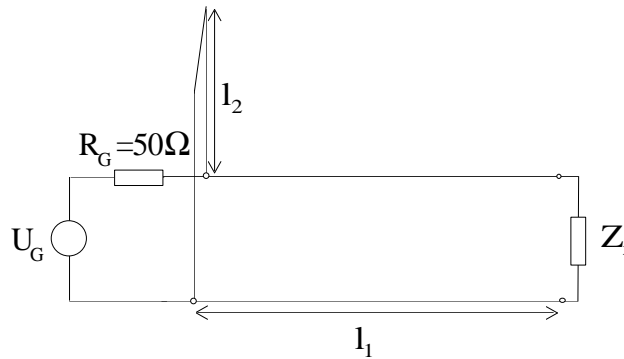


Abbildung 14: Anpassung eines komplexen Abschlußwiderstands

Lsung:  $l_2 = 25\text{mm}$  ;  $l_1 = 10.4\text{mm}$  ;  $Z_{L2} = 5.4\Omega$

## 2.11 Anpassung zweier Leitungen

Mit der Zusammenschaltung aus verlustfreien Leitungen nach Abbildung 15 mit dem Wellenwiderstand  $Z_L = 100 \Omega$  und der variablen Länge  $l_1$  und  $l_2$  ist eine Abschlußimpedanz  $\underline{Z}_e = (30 + j20) \Omega$  an eine Eingangsleitung mit  $Z_{L2}$  anzupassen. Die Betriebsfrequenz sei  $f = 400$  MHz.

1. Welche kürzeste Länge (in m) ist für  $l_1$  und  $l_2$  zu wählen, wenn  $Z_{L2} = 200 \Omega$  beträgt?
2. Welche Widerstände darf  $Z_{L2}$  ( $> 0$ , reell) annehmen, wenn  $\underline{Z}_e$  angepaßt werden kann?

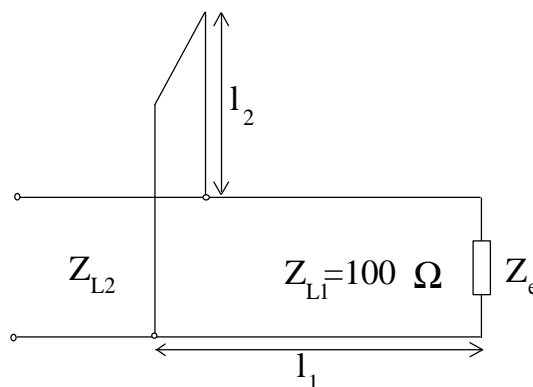


Abbildung 15: Zusammenschaltung zweier Leitungen

## 2.12 Variabler Abschlußwiderstand

1. Ein variabler Widerstand  $R_1 = 25 \Omega \dots 100 \Omega$  wird über eine Leitung beliebiger Länge  $l_1$  in den komplexen Widerstand  $\underline{Z}_1^1$  transformiert (s. Abb. 16). Zeichnen Sie im auf  $Z_{L1}$  normierten Smith-Diagramm den Bereich aller Werte  $z_1 = \underline{Z}_1^1/Z_{L1}$  ein, die erreicht werden können.
2. Zeichnen Sie diesen Bereich in einem auf  $Z_{L2}$  normierten zweiten Smith-Diagramm ein. Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:
  - (a) Beachten Sie, daß sich Kreise und Geraden des auf  $Z_{L1}$  normierten Smith-Diagramms wieder in Kreise und Geraden des auf  $Z_{L2}$  normierten Diagramms transformieren.
  - (b) Transformieren Sie vier geeignete Punkte ihres Bereichs aus 1) ins zweite Diagramm und "erraten" Sie daraus den neuen Bereich.
3. Geben Sie die kürzeste Länge  $l_2/\lambda$  an, so daß alle möglichen Abschlüsse  $R_1$  bei beliebigen Längen  $l_1/\lambda$  zu einer induktiven Impedanz  $\underline{R}_a$  ( $\underline{R}_a = X + jY$  mit  $Y \geq 0$ ) am Eingang von  $l_2$  führen.

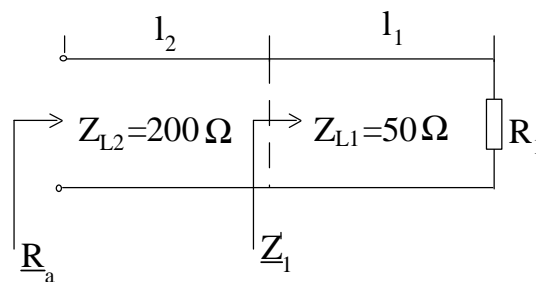


Abbildung 16: Variabler Abschlußwiderstand

### 3 Lineare Antennen

#### 3.1 Reziprozität Sende-Empfangsantenne

Ein Empfangssystem nach Abbildung 17 soll untersucht werden. Die Sende- und die Empfangsantenne seien optimal zueinander ausgerichtet.

1. Berechnen Sie die Wirkfläche der Empfangsantenne.
2. Ermitteln Sie die verfügbare Empfangsleistung  $P_2$ .

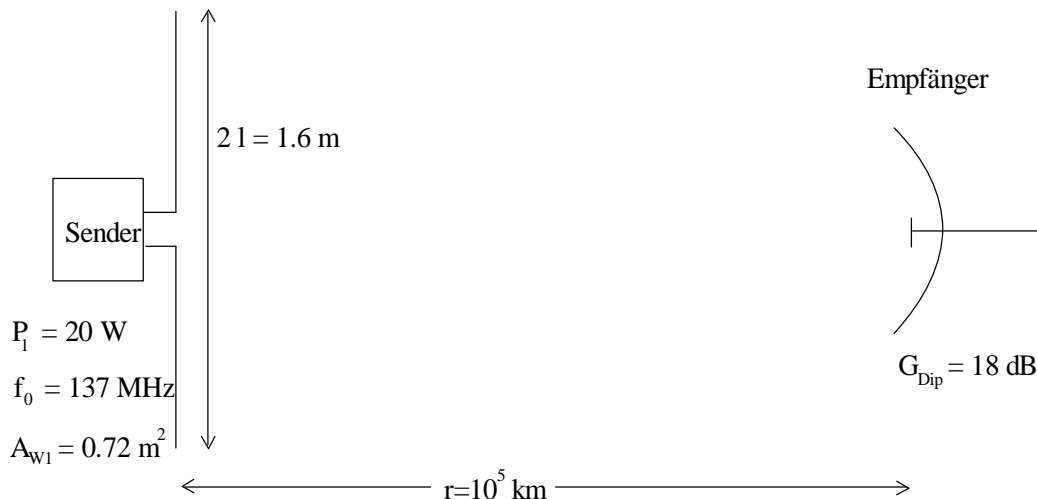


Abbildung 17: Sende-Empfangssystem

Lösung:  $A_{WII} = 36\text{m}^2$ ;  $P_2 = 10^{-14}\text{W}$

#### 3.2 Richtcharakteristik einer linearen Antenne

Im Rahmen der Leitungsnäherung kann der Strom auf einem geraden z-gerichteten Dipol als sinusförmig angesehen werden:

$$I(z) = I_0 \cdot \sin(\beta(l - |z|)) \quad \text{für } 0 \leq |z| \leq l \quad (5)$$

Berechnen Sie die Richtcharakteristik einer solchen Antenne.

Lösung:

$$F_R(\vartheta) = \frac{\cos(\beta l \cos \vartheta) - \cos \beta l}{\sin \vartheta} \quad (6)$$

#### 3.3 Richtcharakteristik und Spiegelung an leitender Ebene

1. Berechnen Sie in der  $xy$ -Ebene ( $\theta = \pi/2$ ) den Betrag der elektrischen Feldstärke im Fernfeld. Die Anordnung besteht aus zwei kurzen, linearen Antennen (Abb. 18).

Lösung:  $E = \frac{jZ_0 \frac{1}{2} k}{4\pi} I_0 \frac{\exp(-jkr)}{r} 2 \cos(\delta_1 + kd \sin \phi)$

2. Für  $d = \lambda_0/4$  ist der Phasenfaktor des Stromes so zu bestimmen, daß die Hauptstrahlrichtung in  $y$ -Richtung weist. Skizzieren Sie die Richtcharakteristik der Anordnung.

Lösung:  $\delta_1 = -\frac{\pi}{2}$

3. Damit in negativer  $y$ -Richtung keine Abstrahlung erfolgt, wird die  $xz$ -Ebene als leitende Ebene ausgeführt.
- Geben Sie die Ersatzanordnung an, die die Randbedingungen auf der leitenden Ebene erfüllt.
  - Skizzieren Sie die magnetischen Feldlinien in der  $xy$ -Ebene und den Flächenstrom in der leitenden Ebene.

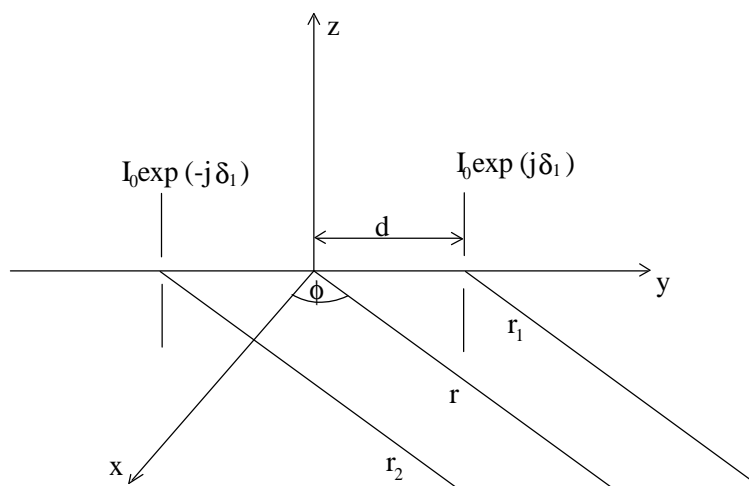


Abbildung 18: Spiegelung an leitender Ebene

### 3.4 Grenzflächen I

Eine ebene Welle fällt bei  $z = 0$  auf eine unendlich ausgedehnte ebene Grenzfläche (Abb. 19). Im Bereich I beträgt das elektrische Feld der einfallenden Welle  $\vec{E} = E_{hin} \cdot \exp(-j\beta_0 z) \vec{e}_x$ . Gesucht sind die reflektierte und die transmittierte Welle sowie die räumliche Verteilung des Flächenstromes.

Lösung:

$$\vec{E}_I = E_{hin} \cdot (\exp(-j\beta_0 z) - \exp(+j\beta_0 z)) \vec{e}_x \quad \text{und} \quad \vec{E}_{II} = 0$$

$$\vec{J}_f = \frac{2E_{hin}}{Z_0} \vec{e}_x \quad \text{mit} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

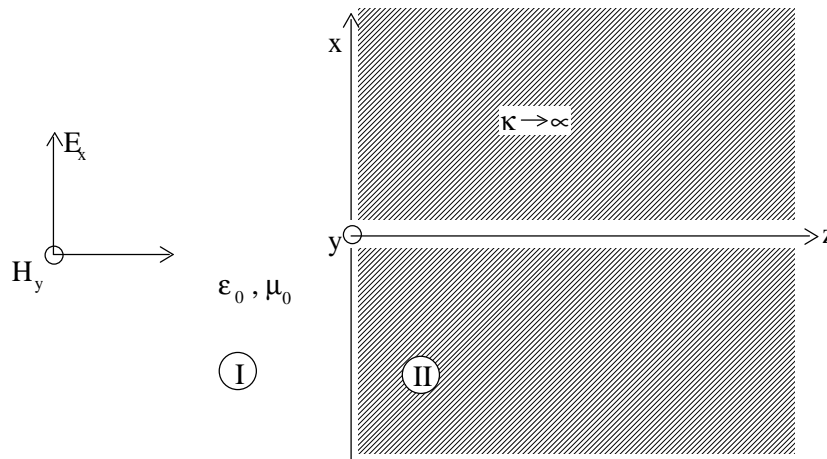


Abbildung 19: Ebene Welle an Grenzfläche

### 3.5 Grenzflächen II: Mehrfachreflexionen

Eine ebene, homogene Welle  $\vec{E} = E_{hin} \cdot \exp(-j\beta_0 z) \vec{e}_x$  fällt auf ein geschichtetes Medium (Abb. 20 Bereiche II, III). Gesucht sind die reflektierte und die transmittierte Welle.

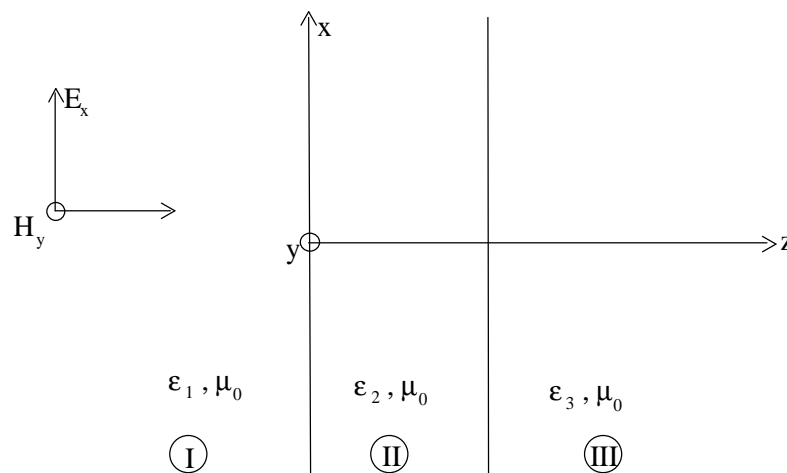


Abbildung 20: Ebene Welle an geschichteten Medien

### 3.6 Aperturstrahler I

Ein Hohlleiter mit einem sich anschließenden Koppelhorn nach Abbildung 21 strahlt die  $H_{10}$ -Welle mit der Frequenz  $f_0$  und der Leistung  $P_G$  in  $z$ -Richtung ab. An der Öffnung des Hornes ( $z = 0$ ) findet man die Feldverteilung der  $H_{10}$ -Welle vor.

Hinweis:  $a > b \gg \lambda_0 = c/f_0$



1. Berechnen Sie das tangentielle  $H$ -Feld in der Ebene  $z = 0$ .

Lösung :  $H_x = 2\sqrt{\frac{P_G}{abZ_F}} \cos\left(\pi\frac{x}{a}\right)$

2. Beschreiben Sie das Feld der Aperturantenne im Raum  $z > 0$  mit Hilfe des Huygensschen Prinzips und der Spiegelung an einer magnetisch leitenden Wand (bei  $z = -0$ ) durch Strombeläge auf dieser Wand.

Lösung :  $\vec{J}_F = 4\sqrt{\frac{P_G}{abZ_{F0}}} \cos\left(\pi\frac{x}{a}\right) \vec{e}_y$

3. Leiten Sie über das Vektorpotential die Feldstärken im Fernfeld in Kugelkoordinaten her. Hierbei können die Näherungen für kleine Winkelabweichungen um die  $z$ -Achse angewendet werden.

$|\vec{r} - \vec{r}'| \approx r - x' \sin\varphi \sin\theta - y' \cos\theta$

Lösung :

$$\underline{H}_\phi = \frac{4}{\lambda\pi r} \sqrt{\frac{P_G ab}{Z_{F0}}} \exp(-jk_0 r) \frac{\sin(k_0 \psi \frac{b}{2})}{k_0 \frac{b}{2} \psi} \frac{\cos(k_0 \phi \frac{a}{2})}{1 - (\frac{2}{\pi} k_0 \frac{a}{2} \phi)^2}$$

$$\underline{E}_\theta = \underline{H}_\phi Z_{F0}$$

4. Vergleichen Sie den Gewinn und die Wirkfläche mit den Werten des Aperturstrahlers konstanter Belegung.

Lösung:  $G_{iso,H_{10}} = \frac{8}{\pi^2} G_{iso,const}$

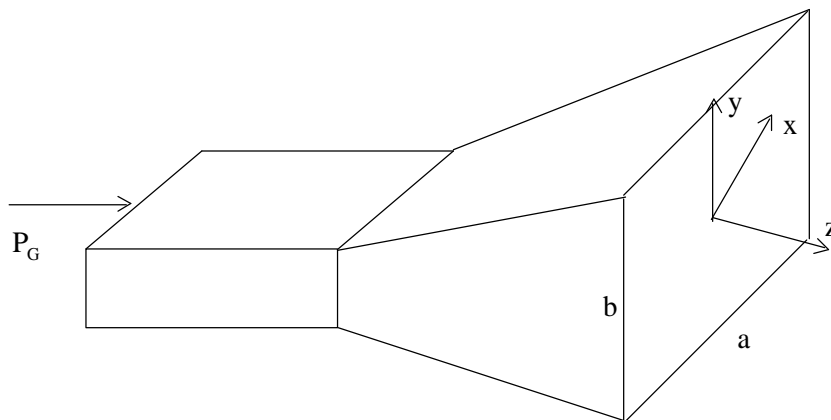


Abbildung 21: Einfacher Hornstrahler

### 3.7 Ionosphäre

1. Welche Grenzfrequenz  $f_0$  besitzt ein Radiosignal, das von einer Antenne mit waagerechter Abstrahlung ausgesendet und an einer  $F_2$ -Schicht ( $f_0 = 8$  MHz, 300 km Höhe) reflektiert wird (Abb. 22)? Der Erdradius sei  $R = 6370$  km.

Lösung:  $f_0 = 27.0$  MHz

2. Wie groß ist die "Tote Zone"? Der Einfachheit halber soll die Weglänge  $s$  des Radiosignals berechnet werden.

Lösung:  $s = 3955$  km

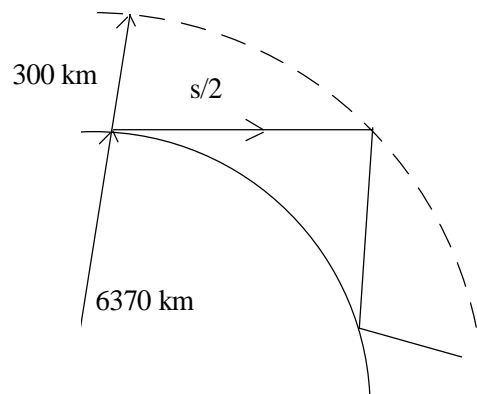


Abbildung 22: Reflexion an Ionosphäre

### 3.8 Faraday-Drehung

Eine in positiver  $x$ -Richtung polarisierte ebene Welle mit der Frequenz  $f = 2$  GHz breitet sich in  $+z$ -Richtung aus. An der Stelle  $z = 0$  trifft sie auf einen Ferritquader der Dicke  $d$  mit einer Vormagnetisierung in  $+z$ -Richtung (Abb. 23). Der Ferrit besitzt eine Sättigungsmagnetisierung von  $M_S = 150$  kA/m.

1. Bestimmen Sie die magnetische Gleichfeldstärke so, daß sich eine ferromagnetische Resonanzfrequenz von 3 GHz einstellt.

Lösung:  $H_0 \approx 85.0$  kA/m

2. Welche Dicke  $d$  des Ferrits ist notwendig, um bei der transmittierten Welle eine Drehung um  $-45^\circ$  bezüglich der Ausgangslage zu erreichen?

Lösung:  $d = 3.50$  cm

3. Unter welchem Winkel  $\theta$ , bezogen auf die  $x$ -Achse, tritt eine aus negativer  $z$ -Richtung einfallende Welle gleicher Polarisation aus?

Lösung:  $\theta = -45.0^\circ$

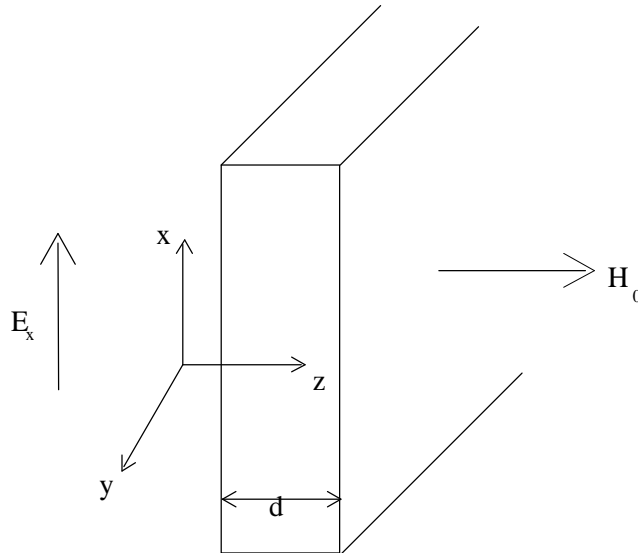


Abbildung 23: Faraday-Drehung

### 3.9 Aperturstrahler II: Fouriertransformation

Ein Aperturstrahler besteht aus zwei Hornstrahlern, die im Abstand  $d$  nebeneinander angeordnet sind (siehe Abb. 24). Jeder Strahler soll eine konstante Belegung  $H_y(x', y')$  in seiner Öffnung besitzen. Die elektrische Feldstärke  $E(\varphi, \psi)$  im Fernfeld dieser Anordnung stellt sich als Funktion der kleinen Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  dar.

1. Wie groß ist die Wirkfläche und der Gewinn  $G_{ISO}$  (in dB) dieser Strahlergruppe ?
2. Die Belegung  $H_y(x', y')$  kann als Produkt zweier Funktionen  $B_x$  und  $B_y$  dargestellt werden, die die Abhängigkeit von  $x'$  und  $y'$  getrennt beschreiben :  $H_y = B_x(x') \cdot B_y(y')$  . Zeichnen Sie diese Funktionen  $B_x$  und  $B_y$  !
3. Das normierte Fernfeld  $E(\varphi, \psi)/E(\varphi = \psi = 0)$  ist proportional zur Fourier-Transformierten  $F\{h_y\}$  der Belegung :

$$F\{h_y\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_y(x', y') \cdot e^{jk_0 \varphi x'} \cdot e^{jk_0 \psi y'} dx' dy' \quad (7)$$

Berechnen Sie die Fourier-Transformierte !

4. Skizzieren Sie  $|E(\psi)/E(\psi = 0)|$  ( $\varphi = 0$ ) sowohl für einen einzigen Hornstrahler, als auch für beide Hornstrahler, wenn gilt :  $d = 2b$  !

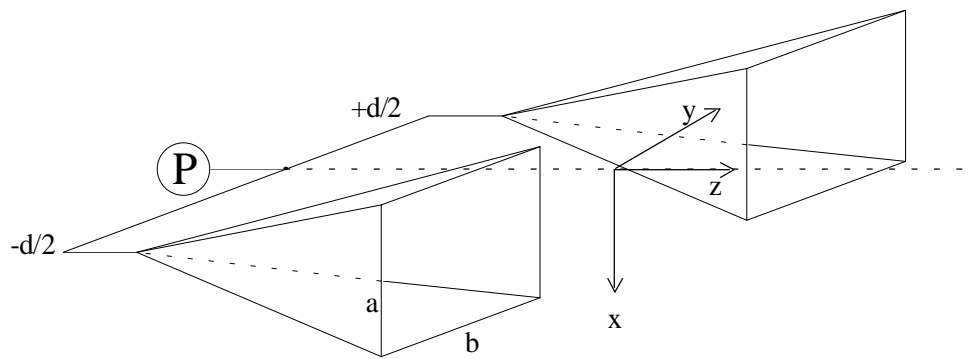


Abbildung 24: Aperturstrahler

## 4 Streuparameter

### 4.1 Idealer Richtkoppler

Gegeben ist eine Schaltung mit idealem Richtkoppler (siehe Abb. 25).

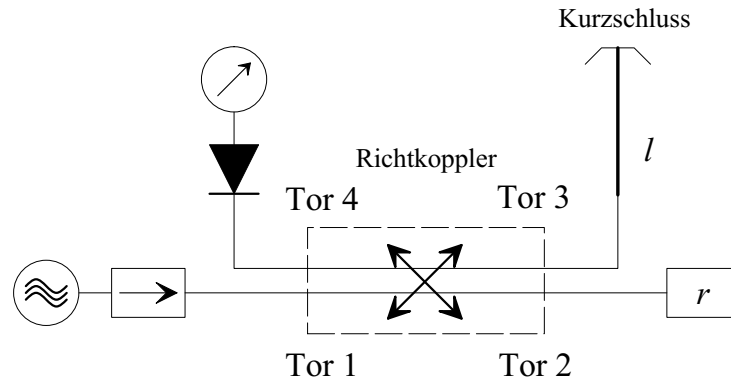


Abbildung 25: Richtkoppleranordnung

Berechnen Sie die am Tor 4 auftretende Wellengröße  $b_4$  in Abhängigkeit von der in Tor 1 eingespeisten Wellengröße  $a_1$  bei reflexionsfrei angepaßter Diode und variabler Kurzschlußschieberlänge  $l$  am Tor 3. Am Tor 2 sei ein Objekt mit dem Reflexionsfaktor  $r$  angeschlossen. Für den Richtkoppler soll  $\varphi_{12} = \varphi_{34}$  und  $\varphi_{13} = \varphi_{24}$  gelten.

### 4.2 Verlustloses Dreitor 1

Ein verlustloses Dreitor wird durch folgende Matrix beschrieben :

$$(\underline{S}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{s}_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad \varphi_{21} = \varphi_{32} = \varphi_{13} = 0 \quad (8)$$

Welche Beträge weisen die Matrixelemente auf und welches Bauelement wird durch eine solche Matrix beschrieben?

### 4.3 Verlustloses Dreitor 2

Gegeben sei ein verlustloses Dreitor mit vernachlässigbaren elektrischen Längen (s. Abb. 26). Die Wellengrößen der verschiedenen Tore sind jeweils auf den Wellenwiderstand der entsprechenden Leitung bezogen. Bestimmen Sie die komplette Streumatrix!

### 4.4 Verlustloses Dreitor 3

Berechnen Sie die  $\underline{S}$ -Matrix der verlustlosen Anordnung in Abb. 27 und zeichnen Sie das Signalflußdiagramm. (Wegen der sehr kleinen Abmessungen seien alle  $S$ -Parameter reell anzusetzen; außerdem gelte  $S_{12} > 0$  und  $S_{13} < 0$ .)

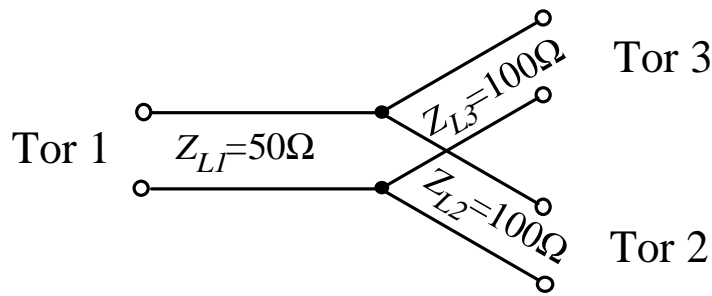


Abbildung 26: Anordnung

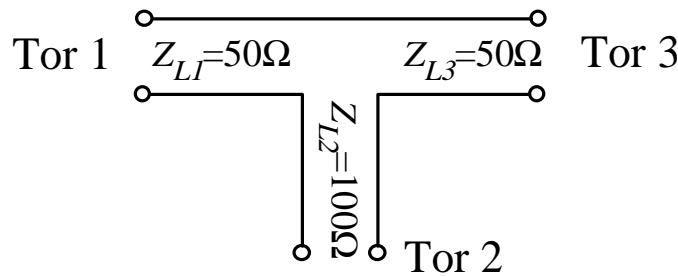


Abbildung 27: Anordnung

### 4.5 Koaxialleitung

Eine Koaxialleitung ist gemäß der Abb. 28 im Bereich  $x < 0$  mit Luft und im Bereich  $x > 0$  mit einem verlustlosen Dielektrikum  $\epsilon_r$  gefüllt. Der Übergang zwischen Luft und Dielektrikum stellt ein Zweitor dar. Berechnen Sie die Streumatrix.

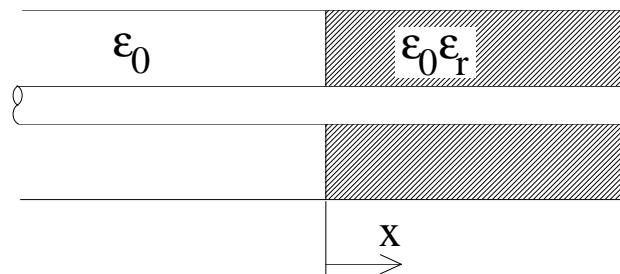


Abbildung 28: Anordnung

### 4.6 Hohlleiter

Gegeben ist ein Rechteckhohlleiter R 32 mit einer Breite von  $a_x = 72$  mm und einer Höhe von  $a_y = 34$  mm.

- Welche Moden sind ausbreitungsfähig, wenn der Hohlleiter bei einer Frequenz von 5 GHz betrieben wird?
- In welchem Frequenzbereich kann der Hohlleiter mit eindeutigem Mode betrieben werden?

## 5 Mehrleitersysteme

### 5.1 Leitungsbeläge

Gegeben ist ein symmetrisches Vierleitersystem nach Abb. 29 in Luft ( $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ) mit den Leitern 1, 2, 3 und dem Masseleiter 0.

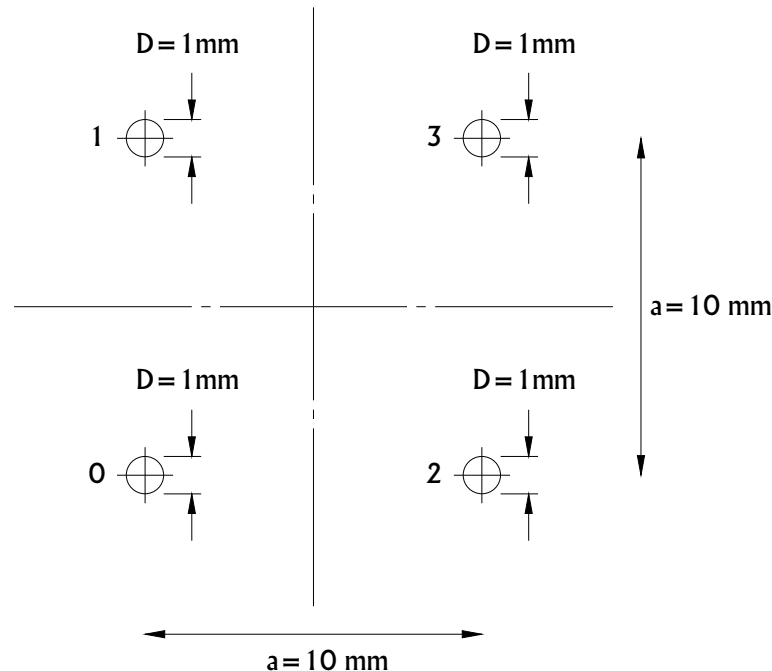


Abbildung 29: Symmetrisches Vierleitersystem

Berechnen Sie die Matrizen der Kapazitätsbelagskoeffizienten ( $C'$ ) und der Induktivitätsbelagskoeffizienten ( $L'$ )!

*Hinweise:*

1. Berechnen Sie zunächst die Kapazitätsbeläge mit Hilfe der konformen Abbildung

$$w = \ln \left( \frac{z}{z - a} \right).$$

Zur Näherungslösung kann angenommen werden, daß  $D \ll a$  gilt, und daß der Kapazitätsbelag zwischen jeweils zwei Leitern nicht durch andere Leiter beeinflusst wird.

2. Schließen Sie dann auf die Induktivitätsbelagskoeffizienten, indem Sie die Ausbreitung von TEM-Wellen annehmen.

### 5.2 Abschlußnetzwerk

Das Vierleitersystem aus Bild 29 soll nun am Ende für alle Wellen reflexionsfrei abgeschlossen werden. Dazu wird zwischen jedem Leiterpaar  $(i, j)$  ein ohmscher Widerstand  $R_{ij}$  nach Bild 30 angeschlossen. Berechnen Sie die dazugehörigen Leitwerte  $G_{ij} = \frac{1}{R_{ij}}$ !

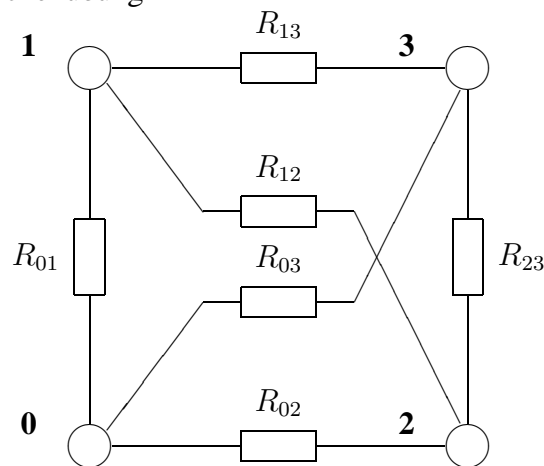


Abbildung 30: Abschlußnetzwerk

### 5.3 Symmetrisches 3-Leitersystem

Wird das obige symmetrische 4-Leiter-System so betrieben, daß die Summen der Ladungsdichten der Leiter 0 und 1 beziehungsweise die der Leiter 2 und 3 jeweils gleich Null sind, so kann anstelle der waagerechten Symmetrieachse eine leitende Ebene eingeführt werden. Auf diese Weise entsteht das 3-Leiter-System nach Bild 31.

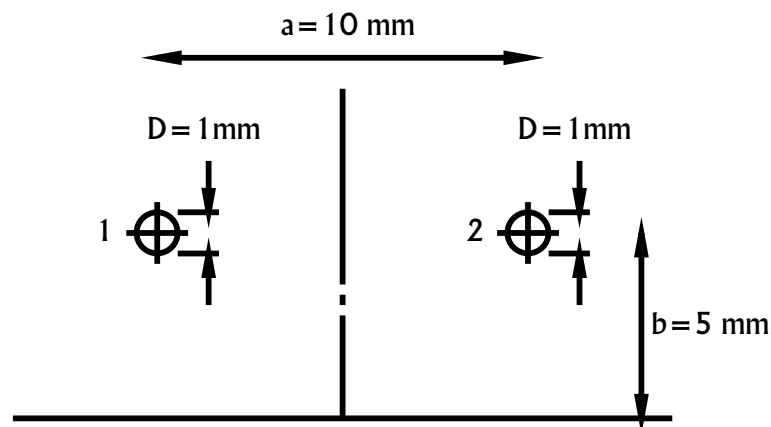


Abbildung 31: Symmetrisches Vierleitersystem

Berechnen Sie für das 3-Leiter-System nach Bild 31 die Matrizen der Kapazitätsbelagskoeffizienten ( $C'$ ) und der Induktivitätsbelagskoeffizienten ( $L'$ )!

*Hinweis:*

1. Zur Berechnung des Kapazitätsbelags  $c'_{12}$  darf hier der Leiter 0 (leitende Halbebene) nicht vernachlässigt werden. Der Kapazitätsbelag  $c'_{12}$  kann aus den Ladungsdichten im 4-Leiter-System nach Bild 29 (bei positiver Spannung an den Leitern 1 und 2) ermittelt werden.

### 5.4 Symmetrisches 3-Leitersystem als Richtkoppler

Berechnen Sie die Größen  $\kappa_L$ ,  $Z_L$ ,  $Z_S$  und  $Z_G$  des 3-Leiter-Systems nach Bild 31.



Das 3-Leiter-System nach Bild 31 mit der Länge  $L$  wird an allen 4 Toren mit Anschlußleitungen gleichen Wellenwiderstands  $Z_L$  abgeschlossen (siehe Bild 32). Welche Länge  $L$  muß dieser Richtkoppler haben, um bei der Frequenz  $f = 1\text{GHz}$  maximales Nahnebensprechen zu erreichen? Wie groß ist das Nahnebensprechen ( $S_{41}$ )?

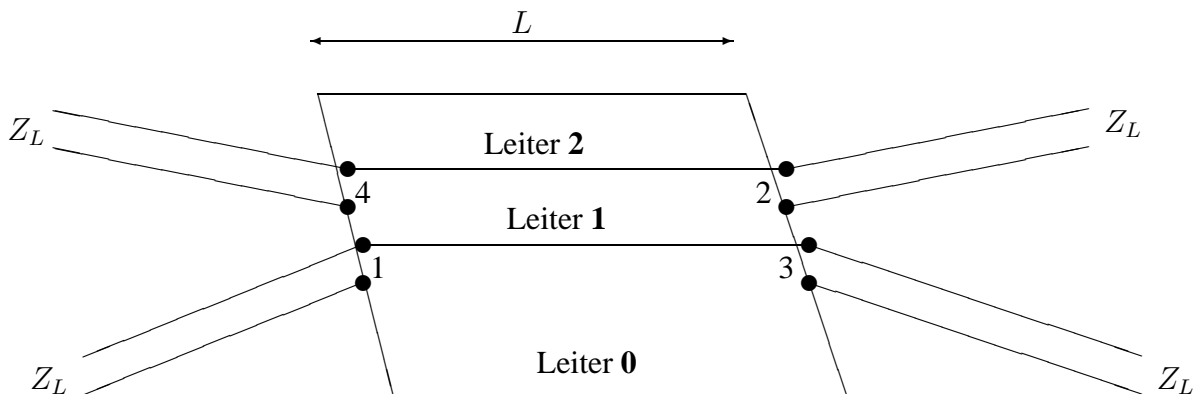


Abbildung 32: Symmetrisches 3-Leiter-System als Richtkoppler

### 5.5 Richtkoppler im Zeitbereich

Die Anschlußleitungen in Bild 32 sollen die Länge  $L_a = 30\text{mm}$  haben. Am Anfang der Leitung der Leitung 1 sei ein Generator mit der Spannungsquelle  $U_0(t)$  und dem Innenwiderstand  $Z_L$  angeschlossen. Die anderen Leitungen sind mit Widerständen  $Z_L$  reflexionsfrei abgeschlossen. Die Spannungsquelle des Generators gibt nun entsprechend Bild 33 von  $t = 0.2\text{ns}$  bis  $t = 0.3\text{ns}$  einen Impuls der Höhe 1 Volt ab.

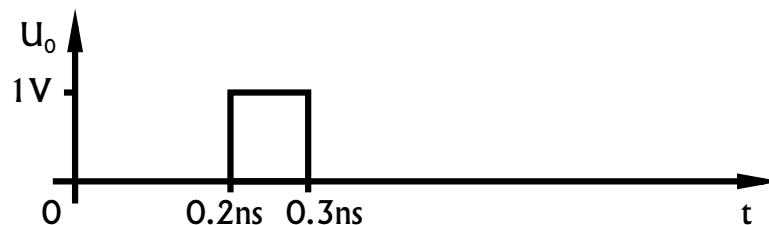


Abbildung 33: Symmetrisches Vierleitersystem

Geben Sie den Spannungsverlauf auf den Anschlußleitungen sowie auf den Leitern 1 und 2 des Richtkopplers als Funktion des Ortes zu folgenden Zeitpunkten  $t$  an:

$$t = 0.35\text{ns} \quad , \quad t = 0.6\text{ns} \quad , \quad t = 0.85\text{ns} \quad , \quad t = 1.1\text{ns}$$

Geben Sie dann den Spannungsverlauf als Funktion der Zeit an den Abschlußwiderständen  $Z_L$  der Anschlußleitungen 2, 3 und 4 an!

Die Spannungsquelle des Generators gibt nun entsprechend Bild 34 ein periodisches Signal mit der Periodendauer  $T = 1\text{ns}$  ab.

Schließen Sie mit Hilfe des Überlagerungssatzes aus obigen Ergebnissen auf den jetzigen Spannungsverlauf als Funktion der Zeit an den Abschlußwiderständen  $Z_L$  der Anschlußleitungen 3 und 4!

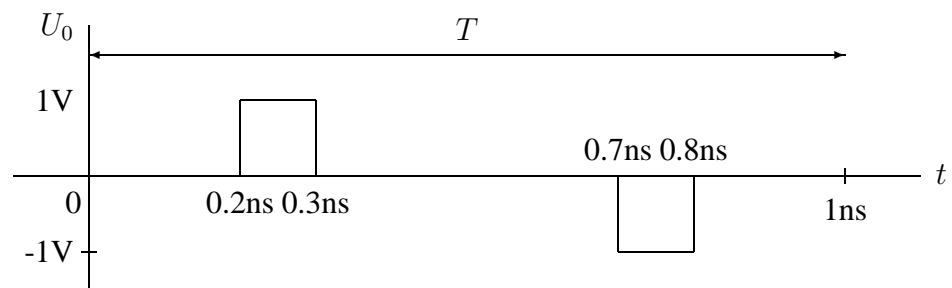


Abbildung 34: Impuls des Generators am Anfang der Leitung 1

## 6 Filter

### 6.1 LC-Tiefpaßfilter

Entwerfen Sie mit Hilfe des Filterkataloges einen Tiefpaßfilter mit Potenz-, einen mit Tschebyscheff- und einen mit Cauer-Charakteristik. Die Filter sollen folgende Eckdaten besitzen:

Bereich	Dämpfung	Grenzfrequenz
Durchlaß-	$a_D = 1.25 \text{ dB}$	$f_D = 2.4 \text{ kHz}$
Sperr-	$a_S = 25.5 \text{ dB}$	$f_S = 4.0 \text{ kHz}$

Der Quelleninnenwiderstand  $R_1$  und der Lastwiderstand  $R_2$  seien beide gleich:  $R_1 = R_2 = 600\Omega$ . Es sollen möglichst wenig Induktivitäten verwendet werden. Gehen Sie bei dem Entwurf folgendermaßen vor:

1. Toleranzschema (Zeichnen Sie das Toleranzschema.)
2. Normierung (Normieren Sie die Frequenzen und Widerstände.)
3. Aufwandsabschätzung (Bestimmen Sie den Filtergrad.)  
Hinweis:  $a(\rho) = 10 \cdot \log((1 - \rho^2)/\rho^2)$
4. Schaltungsanordnung (Skizzieren Sie die Schaltungsanordnung und geben Sie die normierten Werte der Bauelemente an.)
5. Entnormierung (Entnormieren Sie die Bauelementwerte mit den Bezugsgrößen.)

### 6.2 LC-Bandsperre / TP-BS Transformation

Es soll eine Bandsperre entworfen werden, in deren Durchlaßbereichen  $0 \leq f \leq f_{-D} = 3.1 \text{ kHz}$  und  $f_{+D} = 11.6 \text{ kHz} \leq f \leq \infty$  ein maximaler Reflexionsfaktor  $\rho = 50\%$  und in deren Sperrbereich  $f_{-s} = 4.0 \text{ kHz} \leq f \leq f_{+s} = 9.0 \text{ kHz}$  eine Betriebsdämpfung von mindestens  $a_s = 25.5 \text{ dB}$  jeweils im tschebyscheffschen Sinne eingehalten wird. Die Abschlußwiderstände sollen  $R_1 = R_2 = 600 \Omega$  betragen.

Gehen Sie beim Filterentwurf folgendermaßen vor:

1. Zeichnung des Toleranzschemas
2. Bestimmen der Bezugsfrequenz
3. Frequenznormierung
4. Bestimmung des zugehörigen Referenz-Tiefpasses
5. Bestimmung des Filtergrades/Aufwandsabschätzung
6. Bestimmung der normierten Bauelemente
7. Skizze der Schaltungsanordnung
8. Entnormierung