

1 Grundprinzip

Im Kapitel über lineare Antennen (LA) wurde gezeigt, dass man durch eingeprägte Ströme auf einer Antenne Leistungsabstrahlung erreichen kann. Diese linearen Antennen haben idealer Weise keine Ausdehnung außer in der Höhe und weisen eine rotationssymmetrische Abstrahlung auf. Aperturantennen hingegen haben eine zweidimensionale Ausdehnung und gestatten eine gezieltere Abstrahlung in eine bestimmte Raumrichtung. Die Beschreibung derartiger Aperturantennen erfolgt mit dem Huygensschen Prinzip.

2 Huygens'sches Prinzip

Das Huygens'sche Prinzip besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront wieder als Quelle neuer Elementarwellen angesehen werden kann (siehe Abb. 1). Daher genügt es, die elektrische und magnetische Feldstärke auf einer vorgegebenen Fläche F zu kennen, um die Wellenausbreitung beschreiben zu können.

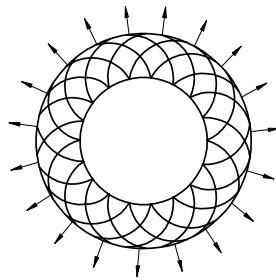


Abb. 1: Huygens'sches Prinzip: Bildung einer Kugelwelle aus einzelnen Elementarwellen.

Wir betrachten dazu in Abb. 2 ein geschlossenes Volumen der Oberfläche F , wobei die Felder \vec{E} und \vec{H} entlang dieser Oberfläche bekannt seien (z. B. durch Messungen). Die Felder \vec{E} und \vec{H} entstehen beispielsweise durch Antennen oder sonstige Primärstrahler innerhalb des Volumens, wobei aber die Quellen nicht unbedingt bekannt sind.

Entsprechend des Huygensschen Prinzips besteht nun die Aufgabe darin, entlang der Oberfläche F äquivalente Ersatzquellen (elektrische und magnetische Strombeläge) derart anzugeben, dass die Felder \vec{E} , \vec{H} entlang der Oberfläche korrekt wiedergegeben werden, aber das Innere des Volumens feldfrei bleibt.

Die Bestimmung der elektrischen und magnetischen Strombeläge \vec{J}_f und \vec{J}_{fm} erfolgt in Anlehnung an Abb. 3.

Abb. 3 illustriert die Stetigkeitsbedingungen in Form eines Umlaufintegrals entlang der Oberfläche. Im Falle des magnetischen Feldes ergibt sich:

$$\left(|\vec{H}| - |\vec{H}_i| \right) \cdot l = |\vec{J}_f| \cdot l \quad (1)$$

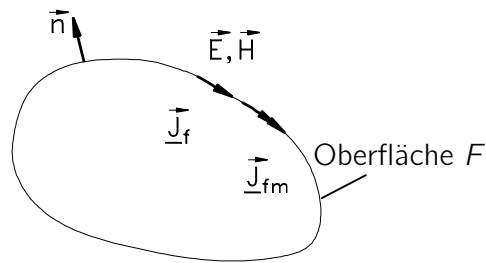


Abb. 2: Ersatzanordnung für die Berechnung der elektrischen und magnetischen Strombeläge \vec{J}_f bzw. \vec{J}_{fm} bei vorgegebenen elektrischen und magnetischen Feldstärken auf der Oberfläche F mit Normalenvektor \vec{n} senkrecht zur Oberfläche.

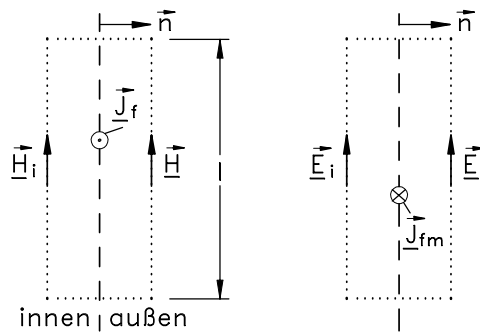


Abb. 3: Umlaufintegral über elektrische und magnetische Feldstärke an der Oberfläche des Gebiets.

Auf Grund der Feldfreiheit im Inneren ist $\vec{H}_i = 0$. Analog dazu ergibt sich für die elektrische Feldstärke:

$$\left(|\vec{E}| - |\vec{E}_i|\right) \cdot l = |\vec{J}_{fm}| \cdot l \quad (2)$$

Daher kann man bei gegebener Feldverteilung \vec{E} und \vec{H} entlang der Oberfläche F einen elektrischen \vec{J}_f und einen magnetischen Strombelag \vec{J}_{fm} einführen mit:

$$\vec{J}_f = \vec{n} \times \vec{H} \quad \text{mit der Dimension A/m} \quad (3)$$

$$\vec{J}_{fm} = -\vec{n} \times \vec{E} \quad \text{mit der Dimension V/m,} \quad (4)$$

wobei \vec{n} der Einheitsnormalenvektor der Oberfläche F ist.

Die Strombeläge \vec{J}_f und \vec{J}_{fm} lassen sich nun als die neuen Quellen für die Wellenausbreitung auffassen. Da das Innere des Gebiets mit der Oberfläche F ansatzgemäß feldfrei ist, kann innerhalb dieses Volumens ein Medium mit beliebigem ε, μ angenommen werden.

3 Abstrahlung einer rechteckigen Apertur

Wir nehmen in Abb. 4 als einfaches Beispiel eine rechteckige Apertur mit der Breite a und der Höhe b an. Diese Apertur fassen wir als Teil der Oberfläche F in Abb. 2 auf, so dass wir die Felder in dieser Apertur durch äquivalente Quellen \vec{J}_f und \vec{J}_{fm} auf dieser Apertur beschreiben wollen.

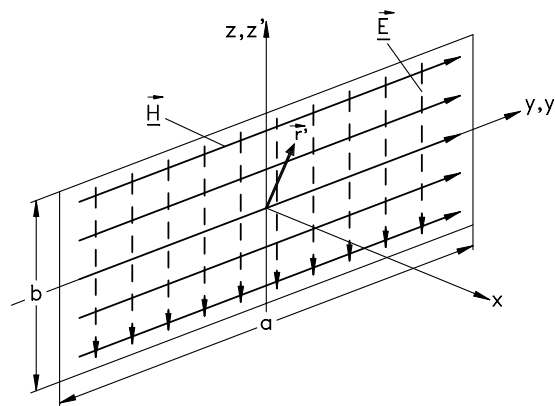


Abb. 4: Ebene Welle in rechteckiger Apertur der Breite a und der Höhe b .

Die Felder auf der Apertur seien durch

$$\vec{E} = \vec{e}_z \cdot E_z(y', z') \quad (5)$$

$$\vec{H} = \vec{e}_y \cdot H_y(y', z') \quad (6)$$

gegeben.

Der Normalenvektor \vec{n} in Abb. 2 zeigt in Abb. 4 in x-Richtung:

$$\vec{n} = \vec{e}_x, \quad (7)$$

so dass sich dann die äquivalenten Strombeläge \vec{J}_f , \vec{J}_{fm} in Gl. (3) und (4) ergeben zu:

$$\vec{J}_f = \vec{n} \times \vec{H} = (\vec{e}_x \times \vec{e}_y) H_y(y', z') = \vec{e}_z \cdot H_y(y', z') \quad (8)$$

$$\vec{J}_{fm} = -\vec{n} \times \vec{E} = -(\vec{e}_x \times \vec{e}_z) E_z(y', z') = \vec{e}_y \cdot E_z(y', z') \quad (9)$$

In Analogie zu den Gl. (LA 30) und (LA 31) lassen sich dann daraus die Vektorpotentiale \vec{A} und \vec{E} mit

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int_{z'} \int_{y'} \frac{\vec{J}_f}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \exp(-jk_0|\vec{r} - \vec{r}'|) dy' dz' \quad (10)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi} \int_{z'} \int_{y'} \frac{\vec{J}_{fm}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \exp(-jk_0|\vec{r} - \vec{r}'|) dy' dz' \quad (11)$$

und damit mit Gl. (LA 19) und (LA 20) auch \vec{E} und \vec{H} im gesamten Raum vor der Apertur in Abb. 4 für $x > 0$ bestimmen.

Die Lösung gemäß Gl. (10) und (11) setzt ein homogenes Medium mit $\epsilon = \epsilon_0$ und $\mu = \mu_0$ voraus. Da das Innere des Volumens in Abb. 2 bzw. der Bereich hinter der Apertur in Abb. 4 definitionsgemäß feldfrei ist, kann dort ein beliebiges Medium angenommen werden, also z. B. der freie Raum mit $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$, so dass die Lösungen (10), (11) gerechtfertigt sind.

3.1 Einführung einer magnetisch leitenden Wand

Auf Grund der Feldfreiheit hinter der Apertur kann dort auch ein beliebiges anderes Material angenommen werden, z. B. eine ideal magnetisch leitende Wand an der Stelle $x = 0$. Dadurch wird der magnetische Strombelag \vec{J}_{fm} kurzgeschlossen, und man muss nur noch den elektrischen Strombelag \vec{J}_f für das Feldproblem betrachten.

Als weitere Annahme gehen wir davon aus, dass die magnetisch leitende Wand bei $x = 0$ in y' - und z' -Richtung unendlich ausgedehnt ist. Diese Annahme ist zulässig, wenn in der Ebene $x = 0$ für $|y'| > a/2$ und $|z'| > b/2$ die Feldkomponenten vernachlässigbar werden. Für diese Annahme beschränken wir uns deshalb auf große Aperturen mit $a, b \gg \lambda_0$, wenn die Abstrahlung im Wesentlichen in x -Richtung erfolgt und in der Apertur $H_y = -E_z/Z_{F0}$ gilt.

Nach der Spiegelung an der magnetisch leitenden Wand entspricht das Feldproblem einem Strombelag von:

$$\vec{J}_{f,gesamt} = 2\vec{J}_f \quad \text{im freien Raum} \quad (12)$$

Das Vektorpotential \vec{A} ist für $x > 0$ ähnlich zu Gl. (10) anzugeben:

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int_{z'} \int_{y'} \frac{\vec{J}_{f,gesamt}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \exp(-jk_0|\vec{r} - \vec{r}'|) dy' dz' \quad (13)$$

nur das jetzt \vec{E} nach Gl. (11) entfällt und der Strombelag $\vec{J}_{f,gesamt}$ doppelt so groß geworden ist.

Wegen Gl. (3) weist das Vektorpotential \vec{A} ausschließlich eine z -Komponente auf:

$$A_z = \frac{1}{2\pi} \int_{z'} \int_{y'} \frac{H_y(y', z')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \exp(-jk_0|\vec{r} - \vec{r}'|) dy' dz' \quad (14)$$

Ähnlich wie in Kapitel LA lässt sich für das Fernfeld $r \gg a, b$ eine Vereinfachung einführen:

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = r - y' \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta - z' \cdot \cos \theta, \quad (15)$$

so dass aus Gl. (14) folgt:

$$\underline{A}_z = \frac{\exp(-jk_0 r)}{2\pi r} \int_{z'} \left[\int_{y'} \underline{H}_y(y', z') \exp(jk_0 y' \sin \varphi \sin \theta) dy' \right] \exp(+jk_0 z' \cos \theta) dz' \quad (16)$$

Für die beiden nicht verschwindenden Feldkomponenten gilt wie bei den linearen Antennen:

$$\underline{H}_\varphi \approx jk_0 \underline{A}_z \sin \theta \quad (17)$$

$$\underline{E}_\theta \approx \underline{H}_\varphi \cdot Z_{F0} \quad (18)$$

Für Aperturen mit $a, b \gg \lambda_0$ erfolgt die Abstrahlung im Wesentlichen in x -Richtung, so dass das Fernfeld hauptsächlich für Winkel $|\varphi| \ll 1$ und $\theta \approx \pi/2$, bzw. $|\psi| \ll 1$ mit $\psi = \pi/2 - \theta$, existiert. Damit kann man weiter vereinfachen:

$$\sin \theta \approx 1; \quad \sin \varphi \approx \varphi; \quad \cos \theta \approx \psi$$

Es ergibt sich somit aus Gl. (16) und (17) im Fernfeld für das magnetische Feld:

$$\underline{H}_\varphi(\varphi, \psi) \approx \frac{jk_0 \exp(-jk_0 r)}{2\pi r} \int_{z'} \int_{y'} \underline{H}_y(y', z') \exp(jk_0 \varphi y' + jk_0 \psi z') dy' dz' \quad (19)$$

Gl. (19) entspricht einer zweidimensionalen Fouriertransformation, d. h. das magnetische Fernfeld \underline{H}_φ lässt sich bis auf einen von φ und ψ unabhängigen Faktor als Fouriertransformierte des Nahfeldes auffassen.

3.2 Beispiel: Aperturantenne mit rechteckiger Apertur ($a, b \gg \lambda_0$) und konstanter Belegung

Wir wollen eine rechteckige Apertur wie in Abb. 4 betrachten mit konstanter Belegung, also konstanter Feldverteilung auf der gesamten Apertur. Die Abmessungen sollen groß sein verglichen mit der Wellenlänge ($a, b \gg \lambda_0$). Die Verteilung des magnetischen Feldes auf der Apertur ist dann:

$$\underline{H}_y(y', z') = \begin{cases} \underline{H}_0 & \text{für } |y'| \leq \frac{a}{2} \text{ und } |z'| \leq \frac{b}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (20)$$

Nach Gl.19 ergibt sich für das Fernfeld:

$$\underline{H}_\varphi(\varphi, \psi) = \frac{jk_0 \underline{H}_0 \exp(-jk_0 r)}{2\pi r} \cdot F_\varphi(\varphi) \cdot F_\theta(\psi) \quad (21)$$

mit

$$F_\varphi(\varphi) = \int_{-a/2}^{a/2} \cos(k_0 \varphi y') dy' = a \underbrace{\frac{\sin(k_0 \varphi a/2)}{k_0 \varphi a/2}}_{\text{Spaltfunktion}} \quad (22)$$

$$F_\theta(\psi) = \int_{-b/2}^{b/2} \cos(k_0 \psi z') dz' = b \underbrace{\frac{\sin(k_0 \psi b/2)}{k_0 \psi b/2}} \quad (23)$$

Der Richtfaktor einer solchen Antenne berechnet sich analog zu Kapitel LA:

$$D = \frac{4\pi |F_\varphi(\varphi = 0) \cdot F_\theta(\psi = 0)|^2}{\int_{-\pi}^{\pi} F_\varphi^2 d\varphi \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F_\theta^2 d\psi} = \frac{4\pi \cdot a \cdot b}{\lambda_0^2} \quad (24)$$

Die Wirkfläche ergibt sich dann bei Vernachlässigung der Verluste ($D = G_{iso}$) zu

$$A_w = \frac{G_{iso}}{4\pi} \lambda_0^2 = a \cdot b = A, \quad (25)$$

d. h. für den Spezialfall einer konstanten Antennenbelegung ist die Antennenwirkfläche gleich der geometrischen Fläche. Bei nicht konstanter Belegung wird die Antennenwirkfläche jedoch kleiner als die geometrische Fläche. Typische Größen sind $A_w = [0,5 \dots 0,8] \cdot A$.

Beispiel: Für eine Antennenwirkfläche $A_w = 0,5 \text{ m}^2$ und eine Wellenlänge $\lambda_0 = 3 \text{ cm}$ oder $f = 10 \text{ GHz}$ weist die Aperturantenne einen Gewinn von $G_{iso} \approx 7000$ ($\hat{=} 38,5 \text{ dBi}$) auf.

4 Ausführungsformen

Aperturantennen werden i. A. mit Parabolspiegeln wie in Abb. 5 realisiert. Für Parabeln gilt, dass die Entfernungen $\overline{0A}$, $\overline{0B}$, $\overline{0C}$, $\overline{0D}$ vom Brennpunkt auf die Gerade EE' gleich groß sind. Es bildet sich so eine Phasenfront entlang EE' aus. Die Felder entlang EE' führen dann, wie oben beschrieben, zu den äquivalenten Strombelägen \vec{J}_f und \vec{J}_{fm} .

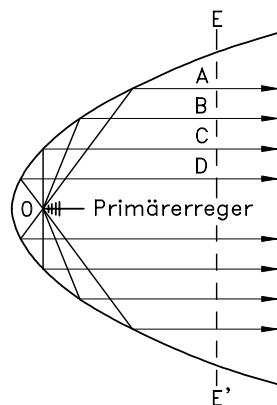


Abb. 5: Aperturantenne als Parabolspiegel.

Aperturantennen sind mit nahezu konstanter Belegung realisierbar. Allerdings werden häufig die Randbereiche der Apertur etwas weniger angeregt, um die Aufzipfelung des Fernfeldes (als Fouriertransformierte des Nahfeldes) zu verhindern.

Abb. 6 zeigt verschiedene technische Ausführungen von Aperturantennen.

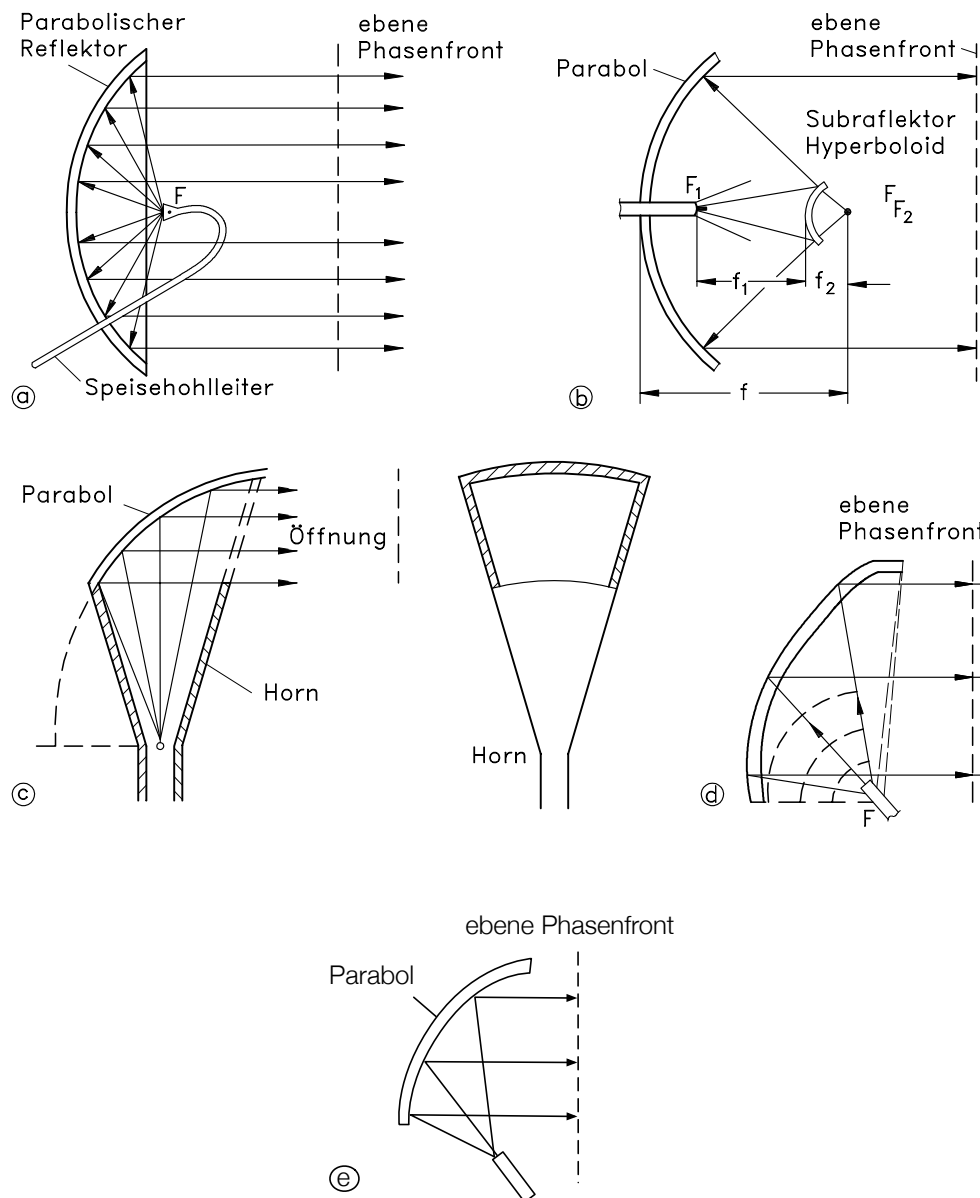


Abb. 6: Ausführungsformen von Aperturantennen: a) Parabolantenne, b) Cassegrain-Antenne mit hyperbolischem Subreflektor, c) Hornparabol, d) Muschelantenne, e) Offset-Parabolantenne.