

In den letzten Kapiteln wurde die Wellenausbreitung im freien Raum und die lineare Antenne betrachtet. Hier soll nun genauer untersucht werden, wie sich Wellen an Grenzflächen zwischen zwei Medien verhalten und welche Auswirkungen das auf Antennen hat, die sich in der Nähe solcher Grenzflächen befinden.

1 Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen

In Abb. 1 ist eine Grenzfläche zwischen zwei Medien 1 und 2 skizziert, und wir wollen nun Aussagen machen über die Stetigkeit der tangentialen und normalen Feldkomponenten.

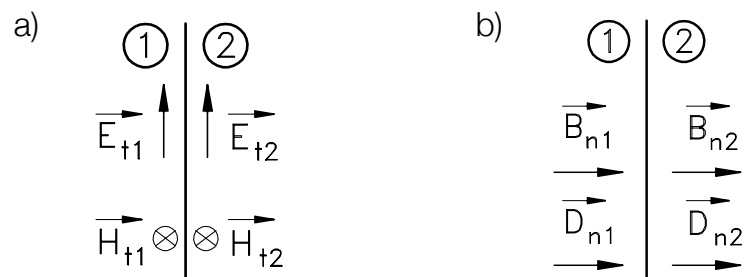


Abb. 1: a) Tangentiale Feldkomponenten \vec{E}_t und \vec{H}_t sowie b) normale Feldkomponenten \vec{B}_n und \vec{D}_n .

Wir wollen zunächst annehmen, dass in der Grenzfläche keine magnetischen Flächenströme fließen, also in der Grenzfläche $\vec{J}_{fm} = 0$ gilt:

1.1 Keine magnetischen Flächenströme $\vec{J}_{fm} = 0$

Unter dieser Annahme müssen beim Übergang zwischen zwei Medien 1 und 2 mit unterschiedlichem μ , ϵ die Tangentialkomponenten der elektrischen Feldstärke stetig übergehen:

$$\vec{E}_{t1} \Big|_{\text{Grenzfläche}} = \vec{E}_{t2} \Big|_{\text{Grenzfläche}} \quad (1)$$

Wegen

$$-\nabla \times \vec{E} = j\omega \vec{B} \quad (2)$$

folgt aus Gl. (1) unmittelbar auch die Stetigkeit der Normalkomponente der magnetischen Flussdichte \vec{B} :

$$\vec{B}_{n1} \Big|_{\text{Grenzfläche}} = \vec{B}_{n2} \Big|_{\text{Grenzfläche}} \quad (3)$$

Im nächsten Schritt wollen wir annehmen, dass in der Grenzfläche keine elektrischen Flächenströme fließen, also in der Grenzfläche $\vec{J}_f = 0$ gilt.

1.2 Keine elektrischen Flächenströme $\vec{J}_f = 0$

In diesem Fall müssen die Tangentialkomponenten der magnetischen Feldstärke stetig sein

$$\vec{H}_{t1} \Big|_{\text{Grenzfläche}} = \vec{H}_{t2} \Big|_{\text{Grenzfläche}} \quad (4)$$

Wegen

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} \quad (5)$$

folgt aus Gl (3) dann auch die Stetigkeit der Normalkomponente von \vec{D} :

$$\vec{D}_{n1} \Big|_{\text{Grenzfläche}} = \vec{D}_{n2} \Big|_{\text{Grenzfläche}} \quad (6)$$

Bei Grenzflächen, bei denen sowohl $\vec{J}_f = 0$ und $\vec{J}_{fm} = 0$ gelten (z. B. Übergänge zwischen zwei Dielektrika), müssen sowohl Gl. (1) und Gl. (4) und damit auch Gl. (3) und (6) erfüllt sein.

1.3 Randbedingungen an ideal elektrisch leitender Wand

Wenn man nun annimmt, dass das Medium 2 ein ideal elektrisch leitendes Metall sei, ergibt sich für den Bereich 2 eine unendlich gute Leitfähigkeit σ und damit eine unendlich hohe komplexe Dielektrizitätskonstante ϵ :

$$\sigma \rightarrow \infty \Rightarrow \epsilon \rightarrow \infty \quad (7)$$

An der Oberfläche eines solchen idealen elektrischen Leiters können Ströme fließen, so dass dann $\vec{J}_f \neq 0$ wird. Es fließen aber keine magnetischen Flächenströme, es gilt also $\vec{J}_{fm} = 0$.

Damit gelten die Randbedingungen (1) und (3), aber nicht (4) und (6).

In einem idealen elektrischen Leiter muss das elektrische Feld verschwinden (ansonsten würde sich wegen $\sigma \rightarrow \infty$ ein unendlich hoher Strom ergeben), so dass aus Gl (1)

$$\vec{E}_{t1} \Big|_{\text{Grenzfläche}} = 0 \quad (8)$$

und damit aus Gl. (3)

$$\vec{B}_{n1} \Big|_{\text{Grenzfläche}} = 0 \quad (9)$$

und damit auch

$$\vec{H}_{n1} \Big|_{\text{Grenzfläche}} = 0 \quad (10)$$

folgt.

D. h. bei einer ideal elektrisch leitenden Wand verschwinden die Tangentialkomponenten der elektrischen und die Normalkomponenten der magnetischen Feldstärke.

2 Spiegelung von Strömen an ideal leitenden Wänden

Da an ideal elektrisch leitenden Wänden die Tangentialkomponenten der elektrischen Feldstärke verschwinden, kann man Ersatzanordnungen mit Spiegelströmen angeben, die im Bereich 1 (also in dem Bereich, der nicht unendlich gut leitet) die gleiche Feldverteilung aufweisen wie die ursprünglichen Anordnungen.

2.1 Ideal elektrisch leitende Wand

Zuerst sollen ideal elektrische leitende Wände untersucht werden, wie sie schon oben beschrieben wurden. Es müssen also Ersatzanordnungen gefunden werden, bei denen an der Grenzfläche die tangentialen Komponenten des elektrischen und die normalen Komponenten des magnetischen Feldes verschwinden.

2.1.1 Stromfluss parallel zur Grenzfläche

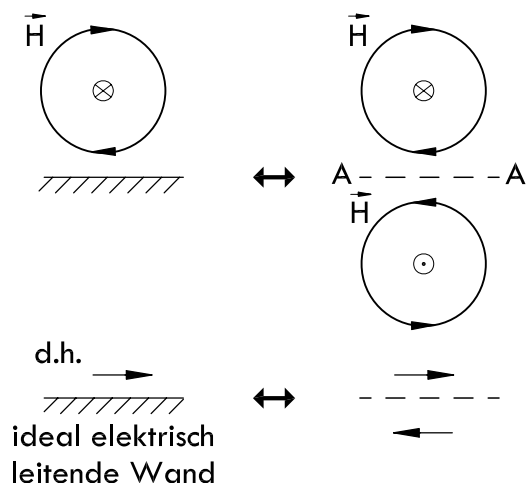


Abb. 2: Spiegelung eines parallel zur Grenzfläche fließenden elektrischen Stromes an einer ideal elektrisch leitenden Wand.

Abb. 2 zeigt den Fall eines elektrischen Stromes, der parallel zur ideal elektrisch leitenden Wand fließt. Eine solche Anordnung kann durch Spiegelung des Stromes an der Grenzfläche nachgebildet werden, wodurch sich die Tangentialkomponenten des magnetischen Feldes direkt an der Grenzfläche vorzeichenrichtig addieren und somit verdoppeln, während die Normalkomponenten verschwinden. Gleichzeitig verschwinden die elektrischen Tangentialkomponenten.

Analog dazu kann man die Ersatzanordnung für magnetische Ströme gemäß Abb. 3 angeben. Während elektrische Ströme mit umgekehrtem Vorzeichen gespiegelt werden müssen, zeigen die magnetischen Spiegelströme in dieselbe Richtung. Dadurch löschen sich die Tangentialkomponenten des elektrischen

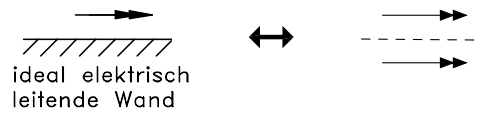


Abb. 3: Spiegelung eines parallel zur Grenzfläche fließenden magnetischen Stromes an einer ideal elektrisch leitenden Wand.

Feldes, das sich in geschlossenen Feldlinien um die magnetischen Ströme bildet, an der Grenzfläche aus, da diese an der Grenzfläche gleich groß, aber entgegengesetzt orientiert sind.

2.1.2 Stromfluss senkrecht zur Grenzfläche

Ist der Stromfluss nicht parallel, sondern senkrecht zur ideal elektrisch leitenden Wand, ergeben sich Spiegelströme gemäß Abb. 4 und 5.

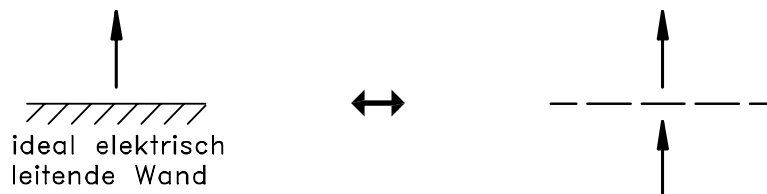


Abb. 4: Spiegelung eines senkrecht zur Grenzfläche fließenden elektrischen Stromes an einer ideal elektrisch leitenden Wand.

Elektrisch leitende Wände mit senkrecht dazu fließenden elektrischen Strömen können mit Spiegelströmen nachgebildet werden, die in dieselbe Richtung fließen wie die ursprünglichen Ströme (s. Abb. 4). Dadurch ergeben sich auf beiden Seiten der Grenzfläche gleiche tangentiale magnetische Feldstärken, während sich die tangentialen Komponenten des elektrischen Feldes an der Grenzfläche gerade auslöschen.

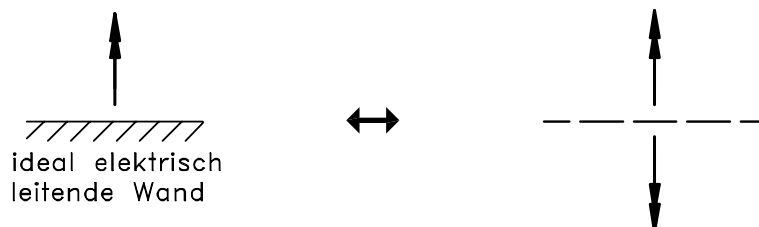


Abb. 5: Spiegelung eines senkrecht zur Grenzfläche fließenden magnetischen Stromes an einer ideal elektrisch leitenden Wand.

Bei magnetischen Strömen wird die ideal elektrisch leitende Wand durch entgegengesetzte magnetische Spiegelströme nachgebildet, wie Abb. 5 zeigt. Das ist nötig, damit die sich ringförmig um den

magnetischen Strom ausbildenden elektrischen Feldstärken tangential zur Grenzfläche sich gegenseitig auslöschen.

2.2 Ideal magnetisch leitende Wand

Bei ideal magnetisch leitenden Wänden mit über alle Maßen wachsendem $\underline{\mu} \rightarrow \infty$ im Bereich 2 gilt zwar $\vec{J}_f = 0$, aber es können sich an der Grenzfläche magnetische Oberflächenströme ausbilden, d. h. dass dann $\vec{J}_{fm} \neq 0$ wird.

Es gelten damit die Randbedingungen Gl. (4) und (6). Wegen $\underline{\mu} \rightarrow \infty$ verschwinden im Bereich 2 die magnetischen Felder, so dass aus Gl. (1) folgt:

$$\left. \vec{H}_{t1} \right|_{\text{Grenzfläche}} = 0 \quad (11)$$

und damit gilt in Gl. (6)

$$\left. \vec{D}_{n1} \right|_{\text{Grenzfläche}} = 0 \quad (12)$$

und damit auch

$$\left. \vec{E}_{n1} \right|_{\text{Grenzfläche}} = 0 \quad (13)$$

Daher können analog zu ideal elektrisch leitenden Wänden auch ideal magnetisch leitende Wände durch Spiegelströme nachgebildet werden. Abb. 6 und 7 zeigen die Ersatzanordnungen für elektrische und magnetische Ströme.

2.2.1 Elektrische Ströme

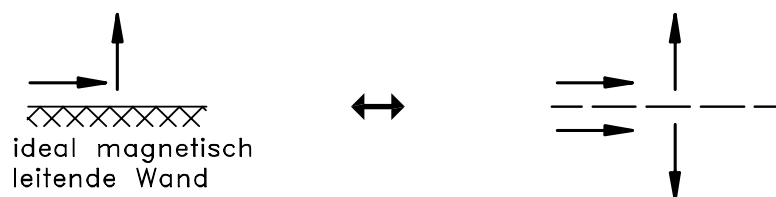


Abb. 6: Spiegelung von elektrischen Strömen an einer ideal magnetisch leitenden Wand.

Abb. 7 zeigt die Spiegelströme für parallel und senkrecht zur Wand fließende elektrische Ströme. Elektrische Ströme parallel zur ideal magnetisch leitenden Wand führen zu Spiegelströmen des gleichen Vorzeichens, während senkrecht zur Wand orientierte elektrische Ströme zu entgegengesetzt orientierten Spiegelströmen führen.

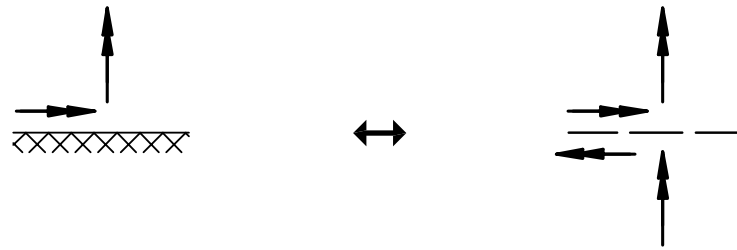


Abb. 7: Spiegelung von magnetischen Strömen an einer ideal magnetisch leitenden Wand.

2.2.2 Magnetische Ströme

Magnetische Ströme an ideal magnetisch leitenden Wänden sind in Abb. 7 dargestellt. Bei magnetischen Strömen parallel zur ideal magnetisch leitenden Wand ergeben sich Spiegelströme, die entgegengesetzt zu den Strömen im Bereich 1 sind, wodurch Normalkomponenten des elektrischen Feldes an der Grenzfläche vermieden werden. Bei senkrecht zur Wand fließenden magnetischen Strömen ergeben sich Spiegelströme mit derselben Ausrichtung.

Damit verhalten sich elektrische (magnetische) Ströme an ideal magnetisch leitenden Wänden genau so wie magnetische (elektrische) Ströme an ideal elektrische leitenden Wänden.

2.3 Beispiel $\lambda/4$ -Monopol über ideal elektrisch leitender Erde

Mit den gewonnenen Erkenntnissen können wir nun z. B. die Ersatzanordnung für einen $\lambda/4$ -Monopol an einer ideal elektrisch leitenden Wand bestimmen. Da es sich hier um einen elektrischen Strom handelt, der rechtwinklig zur Wand fließt, kann diese Anordnung durch einen Spiegelstrom nachgebildet werden, der in dieselbe Richtung fließt (s. Abb. 4). Das kann durch einen Dipol erreicht werden, dessen obere Hälfte genauso mit der Spannung \underline{U} angesteuert wird wie der zu ersetzende Monopol, dessen untere Hälfte jedoch mit der negativen Spannung $-\underline{U}$, damit hier der Strom auch nach oben fließt. Es ergibt sich als Ersatzschaltung ein $\lambda/2$ -Dipol, der mit $2\underline{U}$ angesteuert wird (s. Abb. 8).

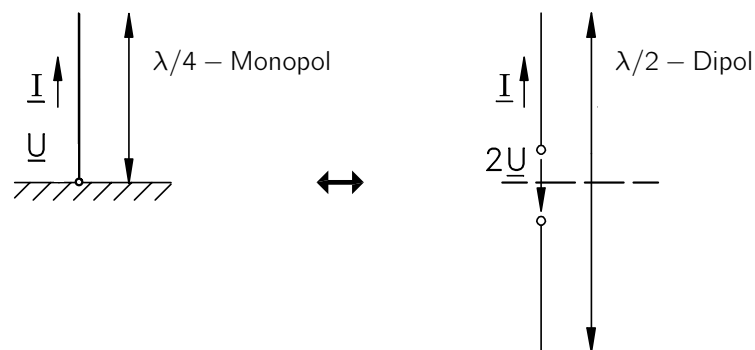


Abb. 8: Ersatzanordnung eines $\lambda/4$ -Monopols über ideal elektrisch leitender Erde.

Die Fußpunktimpedanz des $\lambda/4$ -Monopols ergibt sich zu

$$Z_a = \frac{U}{I} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\frac{2U}{I}}_{Z_a \Big|_{\lambda/2\text{-Dipol}}} = 37 \Omega \quad \text{mit} \quad Z_a \Big|_{\lambda/2\text{-Dipol}} = 73,2 \Omega \quad (14)$$

Die Fußpunktimpedanz eines $\lambda/4$ -Monopols an einer ideal elektrisch leitenden Wand (wie z. B. in erster Näherung die Erde) weist nur die Hälfte der Fußpunktimpedanz eines $\lambda/2$ -Dipols auf, der bezüglich des oberen Halbraumes die gleiche Abstrahlcharakteristik hat.