

1 Wirkwiderstände

Die Realisierung eines Wirkwiderstandes wird immer durch parasitäre Kapazitäten und Induktivitäten beeinflusst. Um eine Vorstellung über die Größe der parasitären Elemente zu erhalten, wie man sie im Idealfall erhält, wird ein Widerstand (z.B. Metallfilm oder Kohleschicht) über einer leitenden Ebene betrachtet.

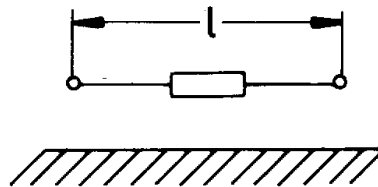


Abb. 1: Wirkwiderstand

Auf Grund des Stromflusses durch den Widerstand entstehen magnetische Felder (führt zu einer parasitären Induktivität) und elektrische Felder (führt zu einer parasitären Kapazität), so dass sich der Wirkwiderstand aus Bild 1 näherungsweise durch das Ersatzschaltbild in Abb. 2 beschreiben lässt.

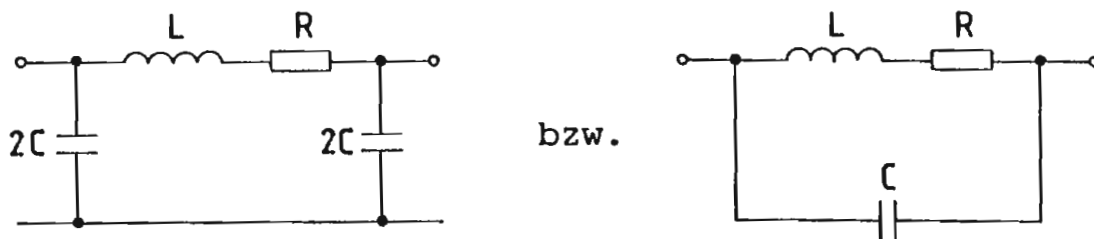


Abb. 2: Hochfrequenz-Ersatzschaltbild eines Widerstands.

Wenn man Frequenzen $\omega \ll 1/\sqrt{LC}$ betrachtet, zeigt der Widerstand kapazitives Verhalten für $R > \sqrt{L/C}$ und induktives Verhalten für $R < \sqrt{L/C}$. Um die unteren Grenzen für L und C abzuschätzen, wird der Widerstand in Bild 1 als eine kurze Leitung mit der Länge l und dem Leitungswellenwiderstand Z_L aufgefasst.

Der Induktivitätsbelag L' bzw. der Kapazitätsbelag C' ergibt sich als (Kapitel LEI):

$$L' = Z_L \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{c_0} \quad (1)$$

$$C' = \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{Z_L \cdot c_0} \quad (2)$$

ϵ_r bezeichnet dabei die relative Dielektrizitätskonstante zwischen dem Widerstand und der leitenden Fläche in Bild 1. Z_L hängt vom Abstand des Widerstandes von der leitenden Fläche ab. Mit der beispielhaften Annahme $\epsilon_r = 1$, $Z_L = 300 \Omega$ ergibt sich

$$L' = 1 \frac{\text{nH}}{\text{mm}}; \quad C' = 0,011 \frac{\text{pF}}{\text{mm}}$$

so dass sich bei einer Bauteillänge $l = 1$ cm eine parasitäre Induktivität $L = L' \cdot l = 10$ nH ergeben würde. Diese parasitäre Induktivität hat bei einer Frequenz von 1 GHz einen Blindwiderstand von immerhin ungefähr 60Ω . Aus Bild 2 würde sich eine parasitäre Kapazität $C = C' \cdot l/4$ ergeben, was allerdings unrealistisch kleine Werte ergibt. Erreichbar sind parasitäre Kapazitäten $C \approx 0,1 \dots 0,5$ pF. Je mehr sich der gewünschte Widerstand R von $\sqrt{L/C}$ unterscheidet, desto schwieriger ist seine Realisierung bei hohen Frequenzen. Widerstände in der Größenordnung von $\sqrt{L/C}$ (typischerweise $R \approx 50 \Omega$) lassen sich ohne größere Probleme bis ca. 1 GHz realisieren, darüber hinaus geschieht die Realisierung mit geeigneten verlustbehafteten Leitungselementen. Da allein ein Zuleitungsdraht eine Induktivität von ca. 1 nH pro mm Zuleitungslänge bewirkt, sind Montagetechniken ohne Zuleitungsdrähte vorteilhaft (z.B. SMD – Surface Mounting Device).

2 Kondensatoren

Auch Kondensatoren sind nicht ideal realisierbar. Auch hier ist (unter anderem) die unvermeidliche Zuleitungsinduktivität zu berücksichtigen, so dass man statt des Kondensators eigentlich einen Serienschwingkreis erhält.

Beispiel: Ein Kondensator mit einer Kapazität von 1 nF und einer Zuleitungsinduktivität von 10 nH (z.B. 10 mm Zuleitungsdraht) besitzt eine Resonanzfrequenz $f_r = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 50$ MHz. Der Kondensator wirkt also nur unterhalb dieser Frequenz als Kapazität.

3 Induktivitäten

Wird eine Induktivität in Form einer Spule realisiert, so ist neben der Induktivität auch die Kapazität zu berücksichtigen, die sich zwischen den einzelnen Windungen ergibt. Damit stellt eine Spule eigentlich einen Parallelschwingkreis dar. Die sich ergebende, unerwünschte Kapazität hängt stark von der gewählten Wickeltechnik ab. Es ist besonders schädlich, wenn Leiter nach mehreren Windungen (oder auch als Zuleitungen) eng benachbart verlaufen.

4 Piezoelektrische Resonatoren, insbesondere Schwingquarze

Befindet sich zwischen zwei Elektroden ein piezoelektrisches Material, können durch Anlegen einer Wechsellspannung an die Elektroden mechanische Schwingungen angeregt werden. Das bekannteste piezoelektrische Material für derartige Anwendungen ist Quarz (SiO_2), deshalb auch die Bezeichnung *Schwingquarz*.

Im Allgemeinen können verschiedene mechanische Schwingungen mit ihrer jeweiligen Resonanzfrequenz angeregt werden. Verschiedene Schwingungsformen sind dabei denkbar, z.B. Biegeschwingungen, Längsschwingungen, Flächenscherschwingungen, Dickenscherschwingungen.

Für Schwingquarze mit höheren Schwingfrequenzen werden die Dickenscherschwingungen ausgenutzt. Für die Grundwelle entspricht dann d in Bild 3 ungefähr der halben akustischen Wellenlänge, so dass

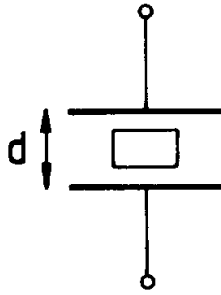


Abb. 3: Schwingquarz.

die Schwingfrequenz gegeben ist gemäß:

$$f_r \approx \frac{nv_a}{2d} \quad (3)$$

mit der akustischen Ausbreitungsgeschwindigkeit v_a für den betrachteten Schwingungszustand ($v_a \approx 3000 \dots 5000 \text{ m/s}$) und $n = 1$ für die Grundwelle. Eine Dicke von nur $d = 100 \mu\text{m}$ führt damit zu ($n = 1$):

$$f_r \approx 15 \dots 25 \text{ MHz}$$

Ein Quarz, der auf der Frequenz f_r mit $n = 1$ schwingt, wird auch als Grundwellenquarz bezeichnet. Für höhere Frequenzen nutzt man die Schwingungen höherer Ordnung n , z. B. $n = 3$ oder $n = 5$, aus (Oberwellenquarz).

Im Allgemeinen treten bei einem Quarz mehrere Resonanzfrequenzen auf. In der Nähe einer Resonanzfrequenz lässt sich ein Ersatzschaltbild gemäß Abb. 4 angeben.

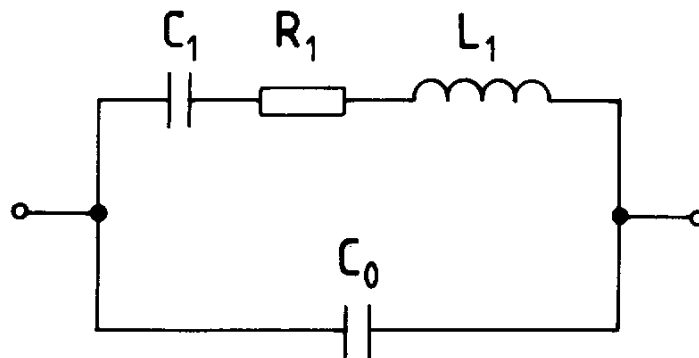


Abb. 4: Ersatzschaltbild eines Schwingquarzes.

C_0 stellt dabei die statische Kapazität dar, die allein auf Grund des Dielektrikums zwischen den Elektroden entsteht. Die mechanische Resonanz wird ausgedrückt durch den Serienschwingkreis, bestehend aus L_1 , C_1 und R_1 . Die konkreten Größen der Elemente erhält man durch eine Impedanzmessung in der Nähe der Resonanzfrequenz und nachfolgendem Vergleich mit dem Ersatzschaltbild derart, dass die gemessene Impedanz durch das Ersatzschaltbild (Bild 4) möglichst gut wiedergegeben wird.

Typische Ersatzgrößen R_1 , C_1 sind der folgenden Tabelle zu entnehmen (Zinke-Brunswig, Band 2):

Frequenzbereich in kHz	Schwingertyp	R_1 k Ω	C_1 fF
0,8 ... 4	Duplexbiegeschwinger	750 ... 250	250 ... 50
4 ... 15	X-Y-Biegeschwinger	200 ... 80	50 ... 15
15 ... 50	H-Biegeschwinger	20 ... 8	35 ... 20
50 ... 200	X-Längsscherschwinger	4	60 ... 30
200 ... 800	Flächenscherschwinger	1 ... 5	30 ... 7
800 ... 30.000	AT-Dickenscherschwinger (Grundton)	0,1 ... 0,5	8 ... 20

Die Ersatzinduktivität L_1 ergibt sich dann mit $f = 1/(2\pi\sqrt{L_1C_1})$ zu sehr großen Werten zwischen 100 μH und 10000 H. Mit Schwingquarzen lassen sich sehr hohe Güten

$$Q = \frac{\sqrt{L_1/C_1}}{R_1} \approx 10^4 \dots 10^6 \quad (4)$$

erzielen. Weiterhin ist die Resonanzfrequenz f_r sehr temperaturstabil, so dass sich mit Schwingquarzen hochgenaue Oszillatoren realisieren lassen. Die statische Kapazität C_0 liegt typischerweise im Bereich $C_0 \approx 10 \dots 100 \text{ pF}$, so dass sich ein Verhältnis $C_0/C_1 \approx 100 \dots 1000$ ergibt.

Wenn man die Admittanz des Schwingquarzes gemäß Bild 4 für den vereinfachten Fall mit $R_1 = 0$ darstellt, ergibt sich für die Admittanz \underline{Y} :

$$\underline{Y} = jB = j\omega C_0 + \frac{1}{j\omega L_1 + 1/(j\omega C_1)} = j\omega C_0 \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (5)$$

mit der Serienresonanzfrequenz ω_r mit $\omega_r^2 = 1/(L_1 \cdot C_1)$ und der Parallelresonanzfrequenz ω_p (auch Antiresonanzfrequenz) mit $\omega_p^2 = \omega_r^2(1 + C_1/C_0)$. Schematisch lässt sich dann der Blindleitwert B wie in Abb. 5 darstellen.

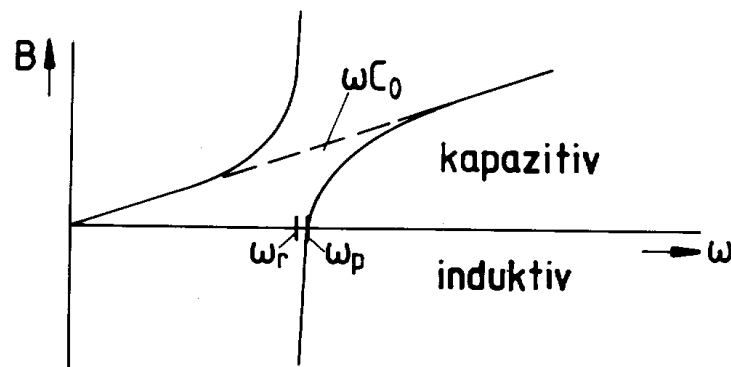


Abb. 5: Frequenzverhalten des Blindwiderstands eines Schwingquarzes.

Der Schwingquarz ist damit induktiv nur in dem kleinen Frequenzintervall zwischen ω_r und ω_p , ansonsten ist er kapazitiv.

5 Transformatoren

Wenn Impedanzen bei Frequenzen $f \leq 1$ GHz breitbandig transformiert werden sollen, werden auch in der Hochfrequenztechnik Wicklungstransformatoren eingesetzt (s. Abb. 6).

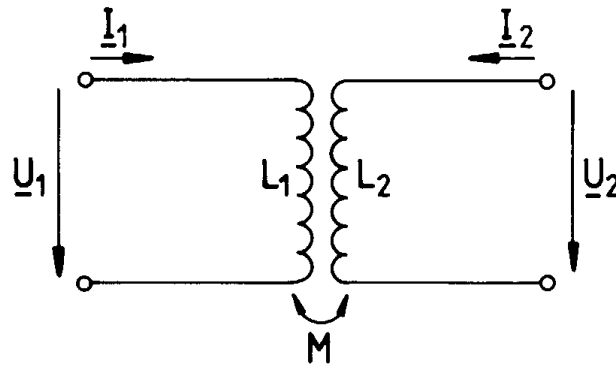


Abb. 6: Wicklungstransformator.

L_1 und L_2 sind dabei die jeweiligen Eigeninduktivitäten und $M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$ ist die Gegeninduktivität mit $k \leq 1$. k bezeichnet die Überlappung der magnetischen Flüsse von Primär- und Sekundärwicklung, wobei $k = 1$ einer vollständigen Überlappung der magnetischen Flüsse entspricht.

Der Transformator in Bild 6 kann durch die folgenden Zweitorgleichungen beschrieben werden:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 \quad (6)$$

$$\underline{U}_2 = j\omega M \underline{I}_1 + j\omega L_2 \underline{I}_2 \quad (7)$$

In den Gl. (6) und (7) wird der Transformator als verlustfrei angenommen. Statt Bild 6 ist für den Transformator auch ein Ersatzschaltbild gemäß Abb. 7 möglich:

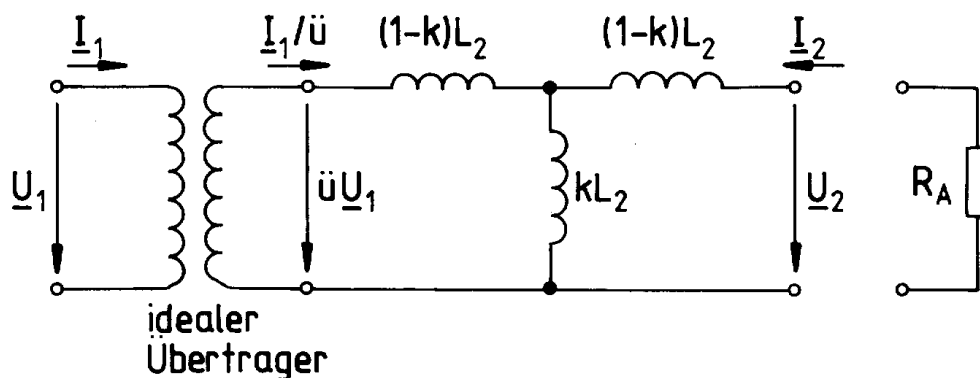


Abb. 7: Alternatives Ersatzschaltbild eines Transformators.

Bei diesem Ersatzschaltbild ist ein idealer Übertrager eingefügt, bei dem Strom und Spannung in idealer Weise nach Maßgabe des Übersetzungsverhältnisses $\ddot{u} = \sqrt{L_2/L_1}$ transformiert werden. Bei einem

idealen Übertrager würde sich der Widerstand R_A am Ausgang zu R_A/\dot{u}^2 am Eingang transformieren. Auf Grund der Eigeninduktivität L_2 sowie den Streuinduktivitäten ergeben sich jedoch untere und obere Frequenzgrenzen.

Die untere Frequenzgrenze ist auf Grund der Parallelschaltung von R_A und L_2 gegeben als $\omega_u = R_A/L_2$, während die obere Frequenzgrenze durch die Serienschaltung von R_A mit $2(1-k)L_2$ gegeben ist als $\omega_o = R_A/[2(1-k)L_2]$. Eine Transformation von R_A zu R_A/t findet damit nur für Frequenzen ω mit

$$\frac{R_A}{L_2} = \omega_u \ll \omega \ll \omega_o = \frac{R_A}{2(1-k)L_2} \quad (8)$$

statt.

Für eine geringe untere Grenzfrequenz ω_u sollte also L_2 (und damit auch L_1) möglichst groß sein, während für eine hohe obere Grenzfrequenz ω_o eine möglichst hohe Flussüberlappung (entspricht geringem Streufaktor) angestrebt werden sollte (d.h. k möglichst nahe an 1). Für Transformatoren mit geschlossenem Eisen- oder Ferritkern lässt sich eine gute Flussüberlappung mit $(1-k) < 0,01$ erreichen.

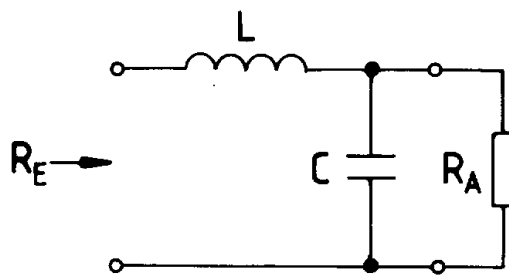


Abb. 8: Impedanztransformation mit konzentrierten Bauelementen.

Eine schmalbandige Impedanztransformation ist auch möglich mit Leitungen oder mit konzentrierten L- oder C-Elementen, siehe z. B. Bild 8. Hier ergibt sich für ein gewünschtes Transformationsverhältnis $t = R_E/R_A < 1$:

$$\omega C = \frac{1}{R_A} \sqrt{\frac{1-t}{t}}, \quad \omega L = R_A \sqrt{t(1-t)} \quad (9)$$

6 Leitungsübertrager

Leitungsübertrager stellen eine spezielle Form von Wicklungstransformatoren dar. Sie werden beispielsweise als Symmetrierglieder eingesetzt. Um die Problematik der Symmetrierung zu verstehen, sei Bild 9 betrachtet.

Wir haben in Bild 9 einen Generator mit (bezüglich Masse) unsymmetrischem Ausgang, der über eine Leitung mit einer (bezüglich Masse) symmetrischen Last verbunden ist. Normalerweise erwartet man, dass Hin- und Rückstrom I_1 bzw. I_2 auf der Leitung gleich groß sind, aber in Bild 9 kommt es zu einer Unsymmetrie, da ein Strom $I_0 = I_1 - I_2$ über die Masseleitung zurückfließt. Dieser Strom I_0 ist

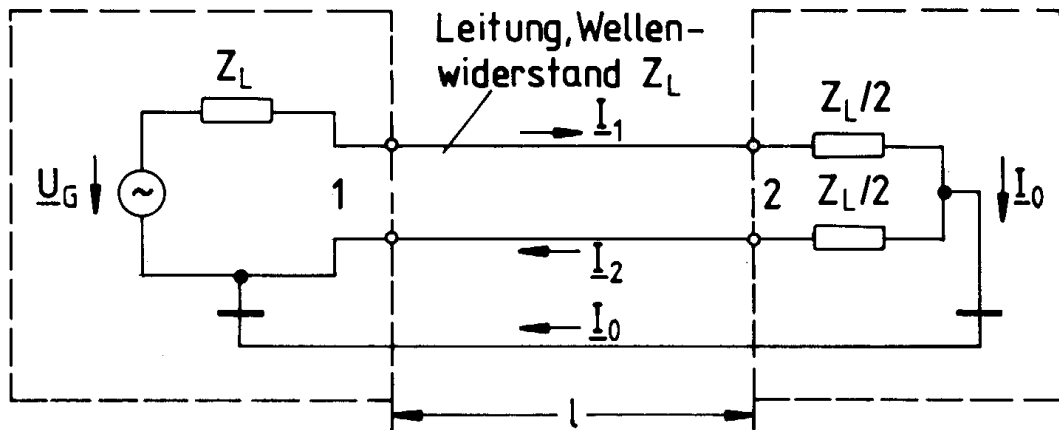


Abb. 9: Leitungsübertrager.

im Allgemeinen unerwünscht, da er zu einem Ringstrom führt und so faktisch einer Rahmenantenne entspricht. Damit würde die Anordnung in Bild 9 zu einer unerwünschten elektromagnetischen Abstrahlung oder auch zu einem unerwünschten Empfang von Störstrahlung führen. Um diese Probleme der sogenannten „Elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV)“ zu reduzieren, sollte der Strom I_0 so klein wie möglich sein. Zu diesem Zweck werden Symmetrierglieder eingesetzt. Mit dem Prinzip eines Wicklungstransformators sind breitbandige Symmetrierglieder möglich, z. B. lässt sich die Anordnung von Abb. 9 wie in Abb. 10 dargestellt symmetrieren.

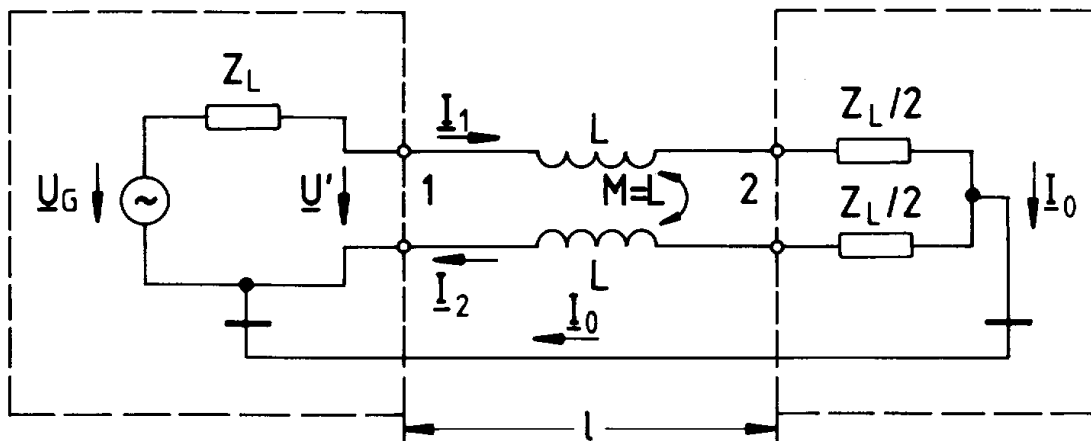


Abb. 10: Symmetrierter Leitungsübertrager.

Der Transformator wird durch $L = L_1 = L_2 = M$ charakterisiert (Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = 1$, Flussüberlappung $k = 1$). Wenn man in Bild 10 die Umlaufspannung für den oberen Leiter bildet, erhält man mit der Annahme $l \ll \lambda_0/4$:

$$U' = j\omega L(l_1 - l_2) + l_1 \frac{Z_L}{2} \tag{10}$$

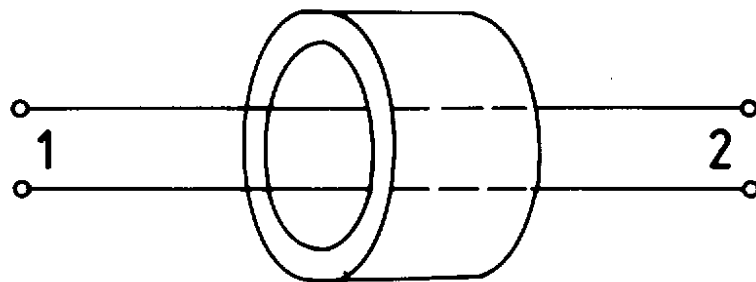
Für den Spannungsumlauf mit dem unteren Leiter ergibt sich:

$$0 = j\omega L(I_1 - I_2) - I_2 \frac{Z_L}{2} \quad (11)$$

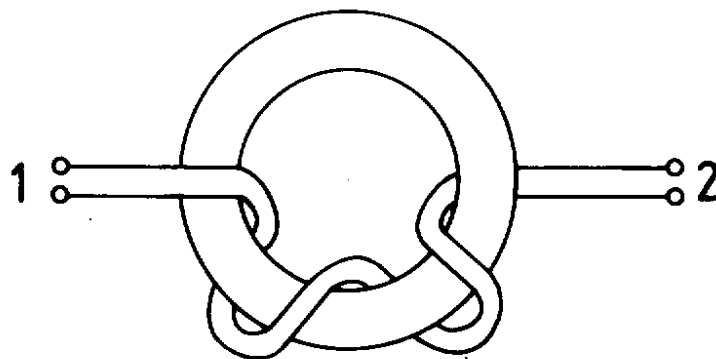
Wenn man die Summe der Gl. (10) und (11) bildet und nach dem Differenzstrom $I_0 = I_1 - I_2$ auflöst, ergibt sich

$$I_0 = I_1 - I_2 = \frac{U'}{2j\omega L + Z_L/2} \quad (12)$$

Die Symmetrierung ist damit um so besser, je größer die Eigeninduktivität L ist. Um die Leitungseigenschaften bei der Übertragung von Tor 1 zum Tor 2 möglichst wenig zu beeinträchtigen, ist es zweckmäßig, den Wicklungstransformator direkt mit der Leitung zu wickeln (Leitungsübertrager, siehe Abb. 11).



a)



b)

Abb. 11: Wicklungstransformator.

In Bild 11a wird die Leitung einfach durch einen Ferritkern geführt, während in Bild 11b zur Erhöhung der Eigeninduktivität die Leitung mehrfach um einen Ferritring gewickelt wird.