

Technische Universität Berlin

Fachgebiet Hochfrequenztechnik

Rechenübung zur Vorlesung

Einführung in die optische Nachrichtentechnik

Aufgaben zum Vorlesungskapitel

Grundlagen**1. Aufgabe: Zeigerdarstellung, reelle Zeitfunktion, Poyntingscher Vektor und Wirkleistungsdichte**

- a) Im Skript auf Seite GRU/3 (Gl. (9)) ist die elektrische Feldstärke als Zeiger \vec{E} geschrieben. Geben Sie die elektrische Feldstärke einer ebenen Welle als zeit- und ortsabhängige Größe im Zeitbereich an (Annahme: $\vec{E}_0 = \vec{E}_0 = \text{reell}$).
- b) Geben Sie für den Fall der Wellenausbreitung in z-Richtung eine Ebene konstanter Phase φ an.
- c) Zeigen Sie, daß für den Poyntingschen Vektor einer ebenen Welle folgender Zusammenhang besteht:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \frac{\vec{k}}{\omega \mu_0} |\vec{E}|^2 \quad (1)$$

Hinweis:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}) \quad (2)$$

- d) Wie groß ist die elektrische Feldstärke, wenn ein Halbleiterlaser eine Leistung $P = 5 \text{ mW}$ abgibt und der Strahl die Abmessung $1.3 \mu\text{m} \times 0,7 \mu\text{m}$ hat? Die Leistungsdichte wird als konstant über der Fläche angenommen.

- Lösung: a) $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$
 b) Ebenen $z = \text{const}$ sind Ebenen konstanter Phase

2. Aufgabe: Polarisationszustände

Gegeben sind zwei ebene Wellen, die orthogonal zueinander polarisiert sind, gemäß:

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - k_0 z) \vec{e}_x \quad (3)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - k_0 z - \phi_0) \vec{e}_y \quad (4)$$

Zeigen Sie, dass durch geeignete Wahl der Amplitude E_{0x}, E_{0y} und der Phase ϕ_0 folgende Polarisationszustände möglich sind und beschreiben Sie diese mit dem Jones-Formalismus:

- a) linear polarisiert
- b) zirkular polarisiert
- c) elliptisch polarisiert

3. Aufgabe: Phasen- und Gruppengeschwindigkeit, Materialdispersion und Gruppenlaufzeitunterschied

- a) Betrachtet werde eine Übertragungsstrecke mit $L = 70$ km und einem Materialdispersionskoeffizienten von $D_M = 19 \frac{\text{ps}}{\text{km}\cdot\text{nm}}$. Der Sender emittiert bei der Wellenlänge $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$ und besitzt eine spektrale Breite von $\Delta\lambda = 0,1$ nm.
- Berechnen Sie den Gruppenlaufzeitunterschied Δt zweier spektraler Komponenten im Abstand $\Delta\lambda$ nach Durchlaufen der Übertragungsstrecke.
- b) Eine LED emittiert bei einer mittleren Wellenlänge von $\lambda = 1250$ nm und hat eine Linienebreite von 10 nm. Die Übertragungsstrecke beträgt 40 km und besteht aus 86,7% SiO_2 und 13,3% B_2O_3 . Es sollen folgende Größen mit Hilfe des Sellmeier - Verfahren berechnet werden und über der Wellenlänge aufgetragen werden ($0,7 \mu\text{m} - 1,6 \mu\text{m}$):
- Phasengeschwindigkeit v_{ph}
 - Gruppengeschwindigkeit v_{gr}
 - Materialdispersionskoeffizient D_m

Anschließend soll der Gruppenlaufzeitunterschied Δt zweier spektraler Komponenten im Abstand $\Delta\lambda$ nach Durchlaufen der Übertragungsstrecken berechnet werden.

Lösung: a) $\Delta t = 133$ ps
 b) $v_{\text{ph}} = 2,04 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{\text{gr}} = 2,02 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $D_m = 20,9165 \frac{\text{ps}}{\text{nm}\cdot\text{km}}$ und $\Delta t = 8,301$ ns

Molare Zusammensetzung in %					ω_e	ω_d	ω_L
SiO ₂	B ₂ O ₃	GeO ₂	P ₂ O ₅	Na ₂ O	in 10 ¹⁵ rad/s		
100					20,18	22,19	0,19
86,7	13,3				19,65	21,49	0,21
86,5		13,5			18,98	21,98	0,18
90			10		20,14	23,00	0,18
58	19			23	19,18	24,72	0,19
18	58			24	19,47	24,67	0,23

Tabelle 1: Dispersionsparameter der Sellmeier-Formel für verschiedene Silikatgläser.